

Tentamen del 2

Numeriska metoder SF1514/18/19

8.00-11.00 26/10 2018

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar.

Del 2 rättas endast om del 1 är godkänd.

Betygsgränser: D 10, C 20, B 30 och A 40 poäng, av maximalt 50 poäng på del 2.

1a. (7p) Bestäm det andragradspolynom $y = p(x)$ som passerar de tre punkterna med koordinater $(-1, 0)$, $(1, 4)$ och $(2, -3)$.

1b. (7p) Bestäm ett tredjegradspolynom $y = q(x)$ som passerar de tre punkterna, samt uppfyller

$$\left(\frac{q'''(2)}{6}\right)^2 + q'(1) + 1 = 0.$$

Tips: Använd Newtons ansats.

2. (8p) Genomför ett steg med Gauss-Newtons metod och startvärdet $(x, y) = (1, 0)$ för att approximera minstakvadratlösningen till ekvationssystemet

$$x^2 + y^2 = 1,$$

$$x + y^3 = 1.1,$$

$$x + \sin y = 1.$$

3a. (7p) Bestäm vilken/vilka av rötterna till ekvationen $x^3 - x = 0$ som fixpunktsiterationerna $x_{n+1} = x_n^3$ kan konvergera till för startpunkter x_0 i något öppet intervall runt respektive rot.

3b. (6p) För varje rot i uppgift 3a som fixpunktsmetoden kan konvergera till, bestäm ett intervall sådant att om startpunkten x_0 väljs inom intervallet, så kommer fixpunktsiterationen att konvergera till den aktuella roten.

Vänd!

4. (15p) Antalet rävar och kaniner på en ö beskrivs av differentialekvationerna

$$x'(t) = -0.1x(t) + 0.02x(t)y(t),$$

$$y'(t) = 0.2y(t) - 0.025x(t)y(t),$$

där $x(t)$ är antalet rävar i tusental vid tiden t (veckor), och $y(t)$ motsvarande antal kaniner. Om startvärdena är $x(0) = 6$ och $y(0) = 4$ så kommer efter ett tag antalet kaniner att vara större än antalet rävar. Skriv ett Matlabprogram som med hjälp av Eulers metod och steglängd $h = 0.01$ beräknar en approximativ lösning av systemet av differentialekvationer fram till det tidssteg då antalet kaniner är större än, eller lika med, antalet rävar. Programmet ska skriva ut antalet kaniner (som kommer att vara ungefär lika stort som antalet rävar) vid detta avslutande tidssteg.