

Namn:

Personnummer:..... Program och årskurs:

Tentamen del 1**Numeriska metoder SF1514/18/19****8.00-11.00 26/10 2018**

Examinator: Mattias Sandberg

De sju uppgifterna på del 1 kan maximalt ge 19 poäng. Gränsen för betyg E är 11 poäng.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på detta papper.

1. (3p) Vad ger felfortplantningsformeln för approximativ felgräns för z , om

$$z = ye^{-3x \cos x},$$

och $x = 0.00 \pm 0.01$, $y = 1.00 \pm 0.06$?☐ 0.01☐ 0.06☐ 0.02☐ 0.07☐ 0.03☐ 0.08☐ 0.04☒ 0.09☐ 0.05☐ 0.10

2. (3p) Det polynom $y = ax^2 + b$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till datapunkterna $(x_i, y_i) = (-1, 1), (0, -3), (1, -3)$ har

☐ $a = 0, b = 0$ ☐ $a = 1, b = 1$ ☐ $a = 0, b = 1$ ☐ $a = 1, b = -1$ ☐ $a = 0, b = 2$ ☐ $a = 2, b = 1$ ☒ $a = 2, b = -3$ ☐ $a = 2, b = 2$ ☐ $a = 0, b = -2$ ☐ $a = 2, b = 3$

- 3a.** (1p) Ett steg med framåt Eulermetoden (dvs. explicita Eulermetoden) tillämpat på begynnelsevärdesproblemet

$$y'(t) = t + \sqrt{y(t)}, \quad y(1) = 4,$$

ger $y(1.1)$ det approximativa värdet

☐ 3.6

☐ 4.1

☐ 3.7

☐ 4.2

☐ 3.8

☒ 4.3

☐ 3.9

☐ 4.4

☐ 4.0

☐ 4.5

- 3b.** (1p) Ett steg med bakåt Eulermetoden (dvs. implicita Eulermetoden) tillämpat på begynnelsevärdesproblemet

$$y'(t) = -5y(t), \quad y(1) = 6,$$

ger $y(1.1)$ det approximativa värdet

☐ 0

☐ 6

☐ 1

☐ 7

☐ 2

☐ 8

☐ 3

☐ 9

☒ 4

☐ 10

☐ 5

☐ 11

4. (3p) En iteration med Newtons metod för att lösa $\mathbf{F}(x, y) = \mathbf{0}$, där

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{y}{x^2+1} - 1 \\ 3x + y^2 - 2 \end{pmatrix}$$

och startvärdet $(x, y) = (0, 1)$ ger (x, y) lika med

- | | |
|--------------------------------------|--|
| ☐ $(0, 1)$ | ☒ $(1/3, 1)$ |
| ☐ $(0, -1)$ | ☐ $(-1/3, 1)$ |
| ☐ $(0, 1/2)$ | ☐ $(2/3, 1)$ |
| ☐ $(0, 3/2)$ | ☐ $(-2/3, 1)$ |
| ☐ $(1/2, 1)$ | ☐ $(0, 0)$ |
| ☐ $(-1/2, 1)$ | ☐ $(1, 1)$ |

5. (3p) Vad blir resultatet av en approximation av integralen

$$\int_0^1 \frac{x^2}{2x + \cos(\pi x)} dx$$

med trapetsregeln och två lika långa delintervall?

- | | |
|---------------------------------|---|
| ☐ $-1/2$ | ☐ $1/4$ |
| ☐ $-3/8$ | ☒ $3/8$ |
| ☐ $-1/4$ | ☐ $1/2$ |
| ☐ $-1/8$ | ☐ $5/8$ |
| ☐ 0 | ☐ $3/4$ |
| ☐ $1/8$ | ☐ $7/8$ |

6. (3p) Matrisen A och dess invers ges av följande uttryck:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Om lösningen $\mathbf{x}$ till det linjära ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ approximeras med lösningen $\tilde{\mathbf{x}}$ till $A\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{b}}$, där $\|\tilde{\mathbf{b}} - \mathbf{b}\|_\infty / \|\mathbf{b}\|_\infty \leq 0.02$, så kan relativa felet i $\mathbf{x}$, dvs. $\|\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_\infty / \|\mathbf{x}\|_\infty$ maximalt vara (välj det minsta alternativ som är korrekt)

☐ 0.01

☒ 0.08

☐ 0.02

☐ 0.1

☐ 0.03

☐ 0.14

☐ 0.04

☐ 0.2

☐ 0.05

☐ 0.4

☐ 0.06

☐ 0.6

7. (2p) Differentialekvationen $y'(t) = -5y(t)$ för $t > 0$ med begynnelsevärdet $y(0) = 10$ approximerad med (framåt) Eulermetoden är instabil om steglängden h uppfyller

☒ $h > 0.4$

☐ $h < 0.4$

☐ $h > 0.3$

☐ $h < 0.3$

☐ $h > 0.2$

☐ $h < 0.2$

☐ $h > 0.1$

☐ $h < 0.1$