

Övning 5

7.1 Differentialekvationen $dy/dt = 1 + t - y$, $y(0) = 1$, är given. Använd Eulers metod med steget $h=0.2$ för att beräkna en grov approximation till $y(0.8)$. Gör om beräkningarna dels med $h=0.1$, dels med $h=0.05$. Jämför den numeriska lösningen med differentialekvationens exakta lösning som är $y(t) = e^{-t} + t$.

7.3 En fallskärmsdivare påverkas av en uppåtriktad kraft som är proportionell mot v^α där v är hastigheten (m/s) och α är en parameter ≥ 1 . Hastigheten som funktion av tiden t lyder differentialekvationen $dv/dt = g(1 - (\frac{v}{v_\infty})^\alpha)$, där $g = 9.81$ och $v_\infty = 5$ är den konstanta sluthastigheten som uppnås. Då fallskärmen vecklas ut (vid $t = 0$) har divaren hastigheten 50 m/s. Låt $\alpha = 1.1$. Skriv ett MATLAB-program som med Eulers metod och tidssteget 0.05 beräknar och ritar upp hastighetskurvan för $0 \leq t \leq 1$. Vad har hastigheten sjunkit till vid $t = 1$?

Gör om beräkningarna två gånger med halverat tidssteg. Bedöm tillförlitligheten i det erhållna hastighetsvärdet vid $t = 1$.

Beräkna och rita hastighetskurvan även för α -värdena 1.3, 1.5 och 1.7. Notera i samtliga fall hastighetsvärdet vid $t = 1$.

7.6 Släpkurvan (även kallad *traktrix*) i exempel 4.16 kan i parameterform anges av koordinaterna $(x(t), y(t))$ och beskrivs av följande system av differentialekvationer för $t \geq 0$:

$$\begin{cases} dx/dt = -x(t-y)/(x^2 + (t-y)^2), & x(0) = 1 \\ dy/dt = (t-y)^2/(x^2 + (t-y)^2), & y(0) = 0 \end{cases}$$

Använd Runge-Kuttas metod med lämpligt val av steglängd för att beräkna och rita upp släpkurvan fram till $t = 2.5$. Ange släpkurvekoordinaterna vid detta t -värde och bedöm hur många siffror som är tillförlitliga. Prova också att lösa med MATLABs ode45.

7.10 Givet är differentialekvationen $y'' + 2xy' + y^2 = 0$ med begynnelsevillkoren $y(0.3) = 0.1$, $y'(0.3) = A$.

- Skriv ett program som beräknar och ritar $y(x)$ för $0.3 \leq x \leq 10$ då $A = 0.2$. Programmet ska också skatta hur noggrant slutresultatet $y(10)$ är.
- A -värdet är en uppmätt storhet. Man vill att mätfelets inverkan på slutresultatet vid $x = 10$ ska vara högst 0.005. Beskriv hur man med numeriska experiment kan bestämma hur stor osäkerheten i A -värdet högst får vara.

7.1 Skriv differentialekvationen

$$y''' - t^2 y'' + y' / 2 + y^2 / (1 + t) - 1 = 0,$$
$$y(0) = y_0, \quad y'(0) = y_1, \quad y''(0) = y_2,$$

som ett första ordningens system.