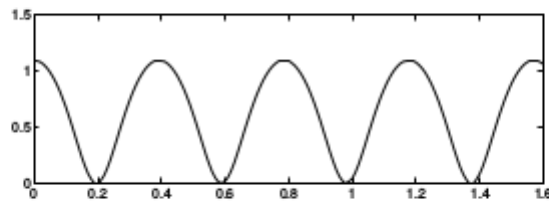


Övning 4

6.2 Beräkna följande integralvärden med minst fyra siffrors noggrannhet.

$$\text{a) } \int_0^3 \frac{e^x}{1+2x^3} dx \quad \text{b) } \int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx$$

6.3 Trapetsregeln med steglängderna 1.6, 0.8, 0.4, 0.2 har använts för att beräkna $\int_0^{1.6} \ln(2+\cos 16t) dt$ och givit värdena 1.7287, 1.7359, 1.7378, 0.8964.



a) Ge en förklaring till de erhållna resultaten med hjälp av figuren som visar integrandkurvan.

6.4 Vi vill ha goda approximationer till integralvärdena I_1 och I_∞ där

$$I_1 = \int_0^1 \frac{30}{1+x^4+\sqrt{1+x^3}} dx \quad \text{och} \quad I_\infty = \int_0^\infty \frac{30}{1+x^4+\sqrt{1+x^3}} dx.$$

a) Beräkna I_1 med trapetsregeln med en extrapolation. Välj steget så att minst två siffrors noggrannhet erhålls.

b) Ange en algoritm för beräkning av I_∞ med sikte på fem korrekta decimaler.

1.3 Vi vill beräkna $y'(a)$ när $y(x)$ är känd i x -värdena $a, a+h, a+2h, \dots$. Låt y_i beteckna tabellvärdet $y(a+i \cdot h)$, $i = 0, 1, 2, \dots$

a) En grov approximation till $y'(a)$ är $(y_1 - y_0)/h$. Visa med taylorutveckling att avvikelsen $\frac{1}{h}(y_1 - y_0) - y'(a) \approx c \cdot h^p$ där p är ett heltal, vilket?

b) En bättre approximation till $y'(a)$ är $\frac{1}{2h}(-y_2 + 4y_1 - 3y_0)$. Visa med taylorutveckling att avvikelsen mellan detta uttryck och $y'(a)$ kan skrivas på formen $c \cdot h^p$. Vilket värde gäller för p nu?