

SF1514/18/19

Erik Dalsryd och Mattias Sandberg

Institutionen för matematik
KTH

10 september 2018

Ekvationer $f(x) = 0$.

- Intervallhalveringsmetoden
- Newtons metod
- Sekantmetoden
- Fixpunktsmetoden

Metod att lösa $f(x) = 0$.

- 1 Finn startgissning x_0 .
- 2 För $n = 0, 1, 2, \dots$ låt $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.
- 3 Avbryt när $|x_n - x_{n-1}|$ tillräckligt litet.

Konvergerar Newton-Raphsons metod alltid?

Newton's metod för bestämning av $\sqrt{2}$

Låt $f(x) = x^2 - 2$ och $x_0 = 1$.

n	x_n	$h_n = x_n - x_{n-1}$
0	1	
1	1.5	0.5
2	1.416666666666667	-0.0833333333333333
3	1.414215686274510	-0.002450980392157
4	1.414213562374690	-2.123899820016817e-06
5	1.414213562373095	-1.595168441781425e-12

Fråga 2

```
x=5;  
while XX  
    h=f(x)/fprim(x);  
    x=x-h;  
end
```

Vad ska `XX` ersättas med i Matlab-koden ovan för att få ett rimligt avbrottskriterium?

- A. `abs(h) < 1e-3`
- B. `abs(h) > 1e-3`
- C. `abs(fprim(x)) < 1`
- D. `abs(fprim(x)) > 1`

Metod för lösning av ekvationer på formen $x = g(x)$. Om $\alpha = g(\alpha)$ så kallas α en fixpunkt.

Fixpunktsiteration: $x_{n+1} = g(x_n)$.

Fråga 3

Vilka av följande ekvationer är ekvivalenta med ekvationen $x^3 + 2x + 2 = 0$?

① $x = x^3 + 3x + 2$

② $x = \frac{x^3+2}{2}$

③ $x = -\frac{x^3+2}{2}$

④ $x = \sqrt[3]{-2x-2}$

- A. Alla
- B. Endast 1
- C. Endast 4
- D. Alla utom 2
- E. Alla utom 3
- F. Ingen

Fråga 4

Ett steg med fixpunktsmetoden applicerad på ekvationen

$$x = -\frac{x^3 + 2}{2} \text{ och startgissning } x_0 = -1 \text{ ger } x_1 =$$

- A. -1
- B. $-\frac{4}{5}$
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{2}{5}$
- E. 0
- F. det beror på

Fråga 5

Ett steg med fixpunktsmetoden $x_{n+1} = x_n^3 + 3x_n + 2$ och startgissning $x_0 = -1$ ger $x_1 =$

- A. -1
- B. $-\frac{4}{5}$
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{2}{5}$
- E. 0
- F. något annat

Två varianter av fixpunktsiteration

$x_{n+1} = -\frac{x_n^3 + 2}{2}$	
n	x_n
0	-1
1	-0.5
2	-0.9375
3	-0.5880
4	-0.8983
5	-0.6375
6	-0.8705
7	-0.6702

$x_{n+1} = x_n^3 + 3x_n + 2$	
n	x_n
0	-1
1	-2
2	-12
3	-1762
4	-5.5e9
5	-1.6e29
6	-4.4e87
7	-8.4e262