Namn: ....

Personnummer:... **Program och årskurs:** ....

Tentamen del 1
Numeriska metoder SF1514/18/19
8.00-11.00 27/10 2017

De sju uppgifterna på del 1 kan maximalt ge 19 poäng. Gränsen för betyg E är 11 poäng.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på detta papper.

1. (3p) Ett steg med Eulers metod applicerat på begynnelsevärdesproblemet

$$y''(x) - 3\sin(y'(x)) + \cos(y(x)) = 3, \quad y(0) = \pi,\ y'(0) = 0,$$

ger $y'(0.1)$ det approximativa värdet

- [ ] 0.1
- [ ] 0.2
- [ ] 0.3
- [ ] 0.4
- [ ] $\pi + 0.1$
- [ ] $\pi + 0.2$
- [ ] $\pi + 0.3$
- [ ] $\pi + 0.4$

2. (3p) Ett andragradspolynom $y = f(x)$ passerar de tre datapunkterna

x	-1	1	2
y	6	0	3

Vad är polynomets värde i $x = 0.5$?

- [ ] -0.5
- [ ] -0.25
- [ ] 0
- [ ] 0.25
- [ ] 0.5
- [ ] 0.75
- [ ] 1
- [ ] 1.25

3. (2p) Minstakvadratlösningen $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ till det överbestämda ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

har x_1 lika med

- ☐ 1
- ☐ -1
- ☐ 2
- ☐ -2
- ☐ $1/2$
- ☐ $-1/2$
- ☐ 0

4. (3p) En iteration med Newtons metod för att lösa $\mathbf{F}(x, y) = \mathbf{0}$, där

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} (y-1)\cos(x) - 1/2 \\ 2xy - 1 \end{pmatrix}$$

och startvärdet $(x, y) = (0, 1)$ ger (x, y) lika med

- ☐ $(-1/2, 1/2)$
- ☐ $(-1/4, 1/4)$
- ☐ $(1/2, 1/2)$
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ $(1, 1)$
- ☐ $(1/4, 1/4)$
- ☐ $(0, 1)$
- ☐ $(1/2, 3/2)$

5. (2p) En vektor $x \in \mathbb{R}^3$ har norm $\|x\|_\infty = 3$. Om

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -6 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

hur stort kan då $\|Ax\|_\infty$ maximalt vara?

- ☐ 3
- ☐ 9
- ☐ 12
- ☐ 15
- ☐ 18
- ☐ 25
- ☐ 45

6. (3p) Med hjälp av tabellen

t	1.1	1.2	1.3	1.4
f(t)	3.0042	3.3201	3.6693	4.0552

kan derivatan $f'(1.2)$ approximeras. Välj det alternativ nedan som ger bäst approximation.

- ☐ 0.21
- ☐ 0.45
- ☐ 1.3
- ☐ 3.3
- ☐ 5.6
- ☐ 7.1
- ☐ 10.4

7. (3p) Man önskar interpolera tio punkter med koordinater (x_1, y_1), (x_2, y_2),...,(x_{10}, y_{10}) och konstant parvis avstånd i x, dvs. $x_{n+1} - x_n = h$, för en parameter h och alla $1 \leq n \leq 9$. Man kan förvänta sig problem om man önskar göra detta med ett polynom av grad nio. Varför?

☐ Det går inte att hitta ett polynom av grad nio som anpassar till alla punkterna.

☐ Det interpolerande polynomet får stora svängningar mot kanterna av intervallet $x_1 \leq x \leq x_{10}$.

☐ Newtons ansats för interpolation fungerar bara för polynom upp till ordning tre.

☐ Anpassningen leder till att man behöver lösa ett överbestämt ekvationssystem.