

Tentamen del 2

Numeriska metoder SF1514/18/19

8.00-11.00 27/10 2017

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar.

Del 2 rättas endast om del 1 är godkänd.

Betygsgränser: D 10, C 20, B 30 och A 40 poäng, av maximalt 50 poäng på del 2.

- 1a.** (10p) Bestäm det förstegradspolynom $y = p(x)$ som i minstakvadratmening anpassar de tre punkterna med koordinater $(-1, 2)$, $(1, 3)$ och $(3, 6)$.
- 1b.** (5p) Vi antar nu att man vet att det första mätvärdet $(-1, 2)$ är mycket noggrant. Bestäm därför det förstegradspolynom $q(x)$ vars graf passerar genom $(-1, 2)$ samtidigt som det anpassar till de båda andra punkterna $(1, 3)$ och $(3, 6)$ i minstakvadratmening.

- 2.** (15p) Funktionen $f(x) = \sin x + e^x$ uppfyller $f(-1) < 0$ och $f(0) > 0$. Ge en Matlab-kod som säkert finner en approximation av en lösning till ekvationen $f(x) = 0$ med ett fel som maximalt får vara 10^{-6} . Motivera tydligt hur du kan vara säker på att din kod kommer att ge svaret med given noggrannhet.

- 3a.** (14p) Visa hur man kan använda finita differensmetoden för att finna en approximativ lösning till differentialekvationen

$$y''(x) + xy'(x) + 2y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 3. \quad (\text{A})$$

Gör detta genom att dela in intervallet $0 \leq x \leq 1$ i fyra lika långa delintervall och ställa upp det linjära ekvationssystem som din finita differens-approximation löser. (Du behöver inte lösa ekvationssystemet, men se till att det har lika många ekvationer som obekanta.)

- 3b.** (6p) Koefficienten framför termen $y(x)$ i (A) modifieras nu lite grann så att den termen blir icke-linjär. Det resulterar i ekvationen

$$y''(x) + xy'(x) + (2 + y(x)/10)y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 3. \quad (\text{B})$$

Formulera en numerisk metod för detta icke-linjära problem.