

Bilagor

Bilaga 1 Repetition av elektromagnetism

EM Tango

Fawwaz T. Ulaby¹ jämför elektromagnetism till ett par som börjar dansa tango. Så länge de står fram för varandra kontrollerar de bara egna rörelse. De kan dansa men det är inte tango de dansar.

Först när de omfamnar varandra deras rörelse börjar bero på varandra, rörelsen blir synkroniserade. Det blir en gemensam aktion både i rymd och i tid. Resultatet beror av de bådass individuella rörelse. Då börjar de dansa tango. Samma sak händer med den elektriska fält och den magnetiska fält när de kopplas i hopp. De är oberoende av varandra så länge de är statiska. Men så fort en av dem blir dynamisk så fort blir de beroende av varandra!

Den mera formella beskrivningen är att tidsvarierande elektriskt fält inducerar tidsvarierande magnetiskt fält och omvänd.

Mera om den elektromagnetiska tangon kommer i följande repetition.

Naturkrafter

De fyra grundläggande krafter som styr universum är:

Kärnkraft – starkaste av alla fyra, verkar på korta avstånd inuti atomer (nuclear force).

Elektromagnetisk kraft – styrka 10^{-2} jämfört med kärnkraft, verkar mellan atomer och molekyler (electromagnetic force).

Svag kärnkraft² - styrka 10^{-14} av kärnkraften, verkar på radioaktiva partiklar (weak-interaction force).

Gravitationskraft – svagaste av alla fyra, verkar på stora avstånd i rymden bl. a. mellan himlens kroppar (gravitational force).

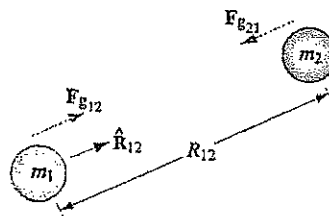
Det är elektromagnetisk kraft som är av intresse här. Men det är bekvämt att ta exempel i gravitationskrafter eftersom de är mera bekanta.

Gravitationskraft

Newtons lag (gravitations lag) definierar kraften F_{g21} som påverkar massan m_2 från massan m_1 på avstånd R_{12} från m_2 som:

$$\mathbf{F}_{g21} = -\hat{\mathbf{R}}_{12} \frac{Gm_1m_2}{R_{12}^2} [N] \quad (1.2)$$

Där G är gravitationskonstant, $\hat{\mathbf{R}}_{12}$ är enhetsvektor³ och R_{12} är avståndet mellan m_1 och m_2 .



Figur 1-1 Gravitations krafter mellan två mass. Ulaby¹

Observera att kraften som påverkar massa m_2 (F_{g21}) kommer från m_1 . Man kan säga att m_2 befinner sig inom räckhåll för m_1 eller inom ett kraftfält från m_1 . Något mera formell beskrivning är att ett objekt med massa m_1 inducerar gravitationsfält med styrka Ψ_1 på avstånd R från m_1 . Om det finns ett annat objekt med massa m_2 på det avstånd från m_1 då påverkas den av kraften F_{g21} som i ekvation 1.2. Fältstyrka är definierad som:

$$\Psi_1 = -\hat{R} \frac{Gm_1}{R^2} \quad (1.3)$$

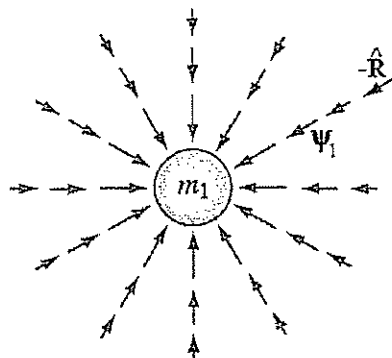


Figure 2 Gravitationsfält inducerat av massa m_1 . Ulaby³

Elektrisk kraft

Elektromagnetisk kraft består av en elektrisk kraft F_e och en magnetisk kraft F_m .

Elektrisk kraft liknar gravitationskraft mycket men det finns en viktig skillnad. Gravitationskraft beror på ett objekts massa medan elektrisk kraft beror på objektets elektriska laddning. Elektrisk laddning är en källa av elektrisk kraft.

Elektrisk laddning kan vara positiv eller negativ medan massa inte kan vara negativ (oss vetande just nu). Storleken på en elektrons laddning bestämdes till $e = 1,6 \times 10^{-19} [C]$ av Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806) och enheten⁶ bär hans namn. Hans experiment visade att:

Två lika laddningar stöter bort varandra, två olika laddningar attraherar varandra.

Kraften agerar längs raka linje mellan laddningar.

Kraftens storlek beror av produkten mellan storleken av laddningar och är omvändproportionell till avståndet mellan laddningar i kvadrat.

De tre resultaten utgör Coulombs lag:

$$F_{e21} = \hat{R}_{12} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}^2} [N] \quad (1.7)$$

Där F_{e21} är en elektrisk kraft som verkar på laddning q_2 från laddning q_1 , $\hat{R}_{12}$ är en enhetsvektor pekande från q_1 mot q_2 , R_{12} är avståndet mellan laddningar och ϵ_0 är en konstant⁷.

Observera att detta gäller under ideala omständigheter dvs. i rummet där inte finns några andra laddningar.

¹ Fawwaz T. Ulaby, "Electromagnetics for Engineers" Pearson International Edition, 2005, ISBN 0-13-197064-X).

² Svag kärnkraft eller svag växelverkan är en av de fyra fundamentalkrafterna i naturen. Den anses allmänt vara orsaken till betasönderfall med åtföljande radioaktivitet. Den förmedlas av W bosonerna (W^+ and W^-) och Z bosonen (Z^0).

³ Enhetsvektor, normerad vektor, en vektor vars vektornorm är en (1).

⁴ Bilden citerat från Fawwaz T. Ulaby, "Elektromagnetics for Engineers", Pearson International Edition

⁵ Se fotnot 4.

⁶ Coulomb (C) är SI-enheten för elektrisk laddning och definieras utifrån ampere. 1 coulomb är laddningen som under 1 sekund passerar genom en ledare där strömstyrkan är 1 ampere.

⁷ Dielektricitetskonstant $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} [F/m]$.

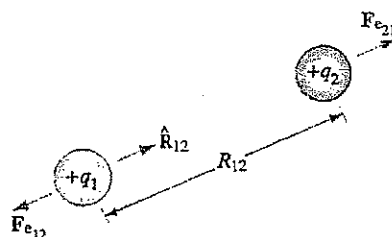


Figure 3 Elektriska krafter mellan två positiva laddningar i rummet. Ulaby⁸

I analogi till gravitations fält går det att definiera ett elektriskt fält. Dess styrka kan skrivas då som:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{R}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left[\frac{V}{m} \right] \quad (1.8)$$

Där R är avstånd mellan laddningen q och mätpunkten, $\hat{\mathbf{R}}$ är radial vektor pekande från laddningen.

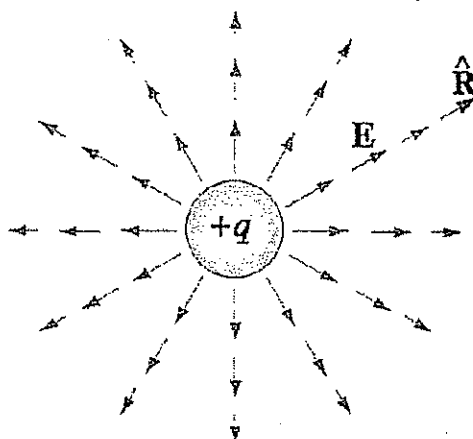


Figure 4 Elektrisk fält E orsakad av laddning q. Ulaby⁹

Det elektriska fältet har två viktiga egenskaper:

Konservering av elektrisk laddning – som innebär att "netto laddning kan inte uppstå eller försvinna"

Superposition – som innebär att "resulterande vektor av elektriskt fält i en given punkt av rummet är en vektorsumma av elektriska fält (vektorer) som finns i denna punkt"

Inverkan av elektriskt fält på omgivning

Närvaro av materia förändrar elektriskt fält, atomer och molekyler runt om en laddning polariseras.

⁸ Se fotnot 4.

⁹ Se fotnot 4.

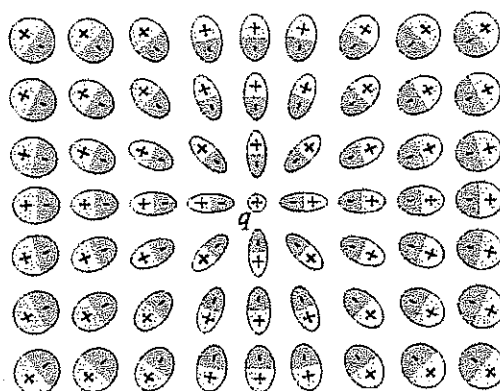


Figure 5 Polarisering av atomer rund en positiv laddning. Ulaby¹⁰

Förändringen avbildas i formel som tillämpas för att bestämma fältets styrka i en given punkt.

$$\text{Elektrisk fältstyrka } \mathbf{E} = \hat{\mathbf{R}} \frac{q}{4\pi\epsilon R^2} \left[\frac{V}{m} \right] \quad (1.10)$$

Där $\epsilon = \epsilon_r \times \epsilon_0$ ¹¹

Täthet av flöde av det elektriska fältet skrivs som:

$$\text{Elektrisk flödestäthet } \mathbf{D} = \epsilon \times \mathbf{E} \left[\frac{As}{m^2} = \frac{C}{m^2} \right] \quad (1.12)$$

Magnetisk kraft

Mycket tidigt (800 f.Kr.) upptäcktes en annan kraft, den magnetiska kraften. Det är en kraft med vilken vissa mineraler som t.ex. magnetit¹² attraherar till sig järnpartiklar. På 1400 talet upptäcktes att en nål placerad på en magnetit antar olika riktningar beroende var på stenen placerar man den. Detta lede till slutsatsen att magnetisk kraft verkar längst linjer. Dessa linjer omsluter magneten och alla passerar genom två punkter på magneten som ligger längst bort från varandra. Punkter kallades för syd- respektive nordpol av magneten och linjer för fältlinjer.

Mycket senare har man konstaterat att magnetiskt fält orsakas av en elektrisk ström av olika former. Det kan vara mikroskopisk ström inuti en atom eller en makroskopisk ström i en elektrisk ledare.

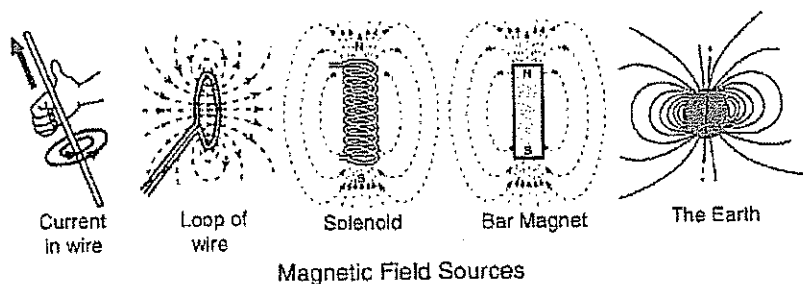


Figure 6 Olika källor av ett magnetisk fält. Hyper¹³

Andra exempel kan vara strömmar i luften (joniserade gaser) eller strömmar inuti jordklotet.

Spinn och spinnriktning

Magnetisk kraft och magnetiskt fält av så kallade fasta magneter kommer från de mikroskopiska elektriska strömmar som finns i alla ämne på molekyl och atom nivå. Elektronerna snurrar runt kärna i varje atom och utgör en elektrisk ström fast mycket svag sådan.

¹⁰ Se fotnot 4.

¹¹ ϵ_r är en relativ kapacitivitet eller dielektricitetskonstant för given materia.

¹² Magnetit är svart järnoxid, Fe_3O_4 . Till skillnad mot röd järnoxid (Hematit) så är Magnetit magnetiskt.

¹³ Bilen hämtat från Hyper Physics sida <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>

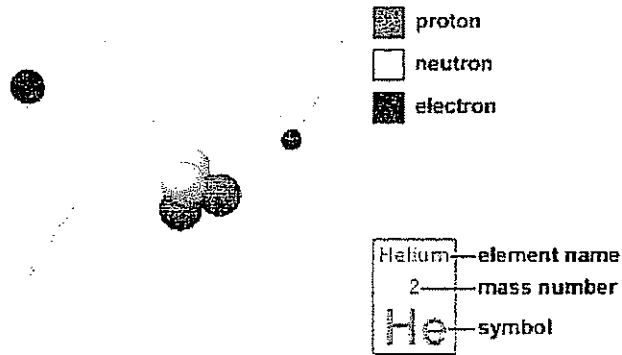


Figure 7 En atom av helium. Hyper¹⁴

Spinn av en atom är en superposition av elektronspinn i en atom. I de flesta ämne är atomspinn riktat kaotiskt åt olika håll.

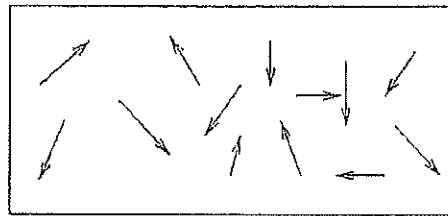


Figure 8 Kaotiskt riktade atomspinn. Hyper¹⁵

I andra ämne bildas domäner där spinn är riktat åt samma håll.

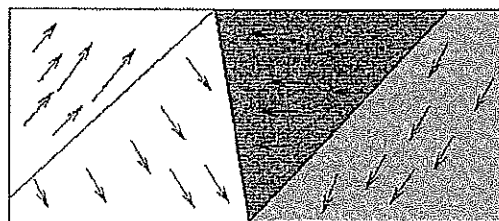


Figure 9 Bildning av magnetiska domäner. Hyper¹⁶

Det finns även ämne som magnetit som bildar en enda stor domän av atomspinn. I andra ämne kan extern magnetiskt fält rätta ut mindre domäner åt samma håll och bilda en tillfällig magnet. Sker detta med hjälp av ledare lindad runt ferromagnetisk ämne kallas de för elektromagneter.

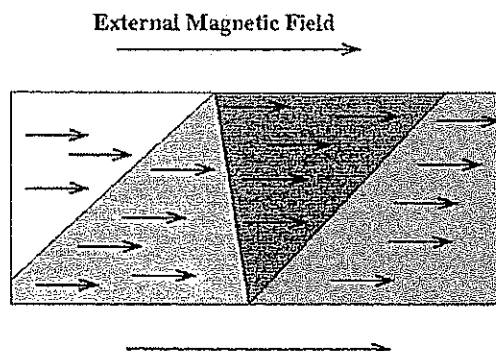


Figure 10 Likriktade atomspinn. Hyper¹⁷

Magnetiskt fält

Linjer av magnetiskt fält bildar ett flöde. Dess täthet betecknas med B och mäts i Tesla¹⁸ [T].

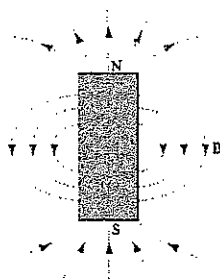


Figure 11 Magnetiskt fält. Ulaby¹⁹

Den permanenta magnetens fall är svårt att räkna på. Det är lättare att tänka sig en lång ledare med elektrisk ström och beskriva det magnetiska fältet som uppstår i närheten av den²⁰.

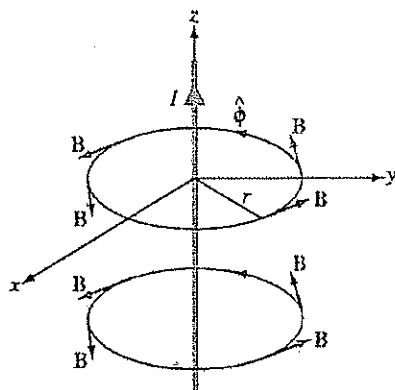


Figure 12 Magnetiskt fält rund en ledare med ström. Ulaby²¹

Tätheten av flöde i förhållande till strömmen som orsakar fältet definieras som:

$$\text{Magnetisk flödestäthet } B = \hat{\Phi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[\frac{Vs}{m^2} = T \right] \quad (1.13)$$

Där μ_0 är magnetisk permeabilitet²² av rymden, $\mu_0 = 4 \times \pi \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$, vidare r är avstånd från tråden, $\hat{\Phi}$ är azimuthal enhetsvektor som riktar fältet längs en tangent till en cirkel rund strömmen som orsakar fältet.

Som i fallet med det elektriska fältet har vi att $\mu = \mu_r \times \mu_0 \left[\frac{H}{m} \right]$ där μ_r är relativa permeabiliteten av media. Vidare har vi att:

$$\text{Magnetisk fältstyrka } H = \frac{B}{\mu} \left[\frac{A}{m} \right] \quad (1.16)$$

¹⁴ Se fotnot 13.

¹⁵ Se fotnot 13.

¹⁶ Se fotnot 13.

¹⁷ Se fotnot 13.

¹⁸ Nikola Tesla (1856 – 1943) kroat -amerikan.

¹⁹ Se fotnot 4.

²⁰ Experiment som ligger till grund av sådan analys gjordes 1820 av dansken Hans Oersted (1777 – 1851).

²¹ Se fotnot 4.

²² Permeabilitet, förhållande mellan magnetisk flödestäthet (i materialet) och magnetisk fältstyrka

Där H är styrka av det magnetiska fältet. Observera att $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \left[\frac{m}{s} \right]$ är ljusets hastighet!

Elektromagnetism

Statiskt fält

Vi kan konstatera så långt att en statisk²³ laddning orsakar ett statiskt elektriskt fält med styrka E . Där E är proportionell till q .

Vidare har det framkommit att statisk elektrisk ström²⁴ orsakar statiskt magnetiskt fält med styrka H . Där H är proportionell till I (dvs. $\frac{dq}{dt}$).

Eftersom q och $\frac{dq}{dt}$ inte beror på varandra då slutsatsen dras att E och H är oberoende så länge strömmen I är konstant!

För att belysa giltigheten av detta faktum kan man föreställa sig ett litet avsnitt av en stråle av laddade partiklar²⁵. Partiklarna rör sig med en konstant hastighet längs avsnittet. Partiklar som rör sig med konstant hastighet utgör en elektrisk likström. Den elektriska fält som orsakas av partiklar beror på mängden av laddning i avsnittet.

Det magnetiska fältet beror inte på den totala laddningen som finns i avsnittet utan på antalet av partiklar (laddningar) som passerar avsnittet under en viss tid. Och liten mängd av laddningar som rör sig mycket snabbt genom avsnittet kan utgöra samma strömstyrka som stor mängd av laddningar med en låg hastighet.

Styrka av magnetiskt fält (H) blir samma i båda fallen medan styrka av elektriskt fält (E) är olika.

Statiskt elektriskt fält och statiskt magnetiskt fält är oberoende av varandra. Var och en av dem utgör ett special fall av elektromagnetism.

Dynamiskt fält

Dynamisk elektromagnetiskt fält är ett generellt fall av elektromagnetism som omfattar tidsvarierande fält inducerade av tidsvarierande källor dvs. av tidsvarierande strömmar och tidsvarierande laddnings täthet.

Om strömstyrka av rörliga laddade partiklar ändrar sig med tiden då ändrar sig också mängden av total laddning som finns i en viss del av partikelstråle och omvänd. På det sättet tidsvarierande magnetiskt fält är kopplad till tidsvarierande elektriskt fält.

Man kan säga att tidsvarierande magnetiskt fält inducerar tidsvarierande elektriskt fält och omvänd.

Elektromagnetiskt fält är den tredje formen av elektromagnetism efter statisk elektriskt fält och statiskt magnetiskt fält.

Elektromagnetisk strålning

Elektriska och magnetiska egenskaper av material beror på tre parametrar. Två av de är redan presenterade, det är ϵ – Dielektricitetskonstant och μ – magnetiskt permeabilitet. Den tredje viktiga parametern är σ – konduktivitet som beskriver rörligheten av elektroner i materialet. Om $\sigma=0$ elektroner rör sig inte fritt i materialet (mer än på atomnivå) och materialet kallas för ideal dielektriskt (isolator) material. Om $\sigma=\infty$ elektroner rör sig helt fritt i materialet och materialet kallas för ideal ledare (super ledare).

Ett material kallas för homogen om alla tre ovannämnda parametrar har samma värde (konstant) i hela materialet.

Elektromagnetiskt spektrum

²³ Statisk betyder i vila, något som är stilla, utan förändring. Motsatsen är dynamisk.

²⁴ Statisk ström betyder likström, ett ström som ändrar sig inte med tiden.

²⁵ Det kan vara elektroner eller joner.

Olika former av elektromagnetisk strålning förekommande i naturen sådana som synlig ljus, gamma strålning, röntgen strålning, infraröd strålning och radiovågor skiljer sig från varandra med frekvens (hastighet) med vilken de ändrar styrka av det elektromagnetiska fältet.

Det som de har gemensam är:

En elektromagnetisk våg av en vis frekvens består av ett elektriskt fält och ett magnetiskt fält med tidsvarierande styrka av samma frekvens.

Fas hastighet av en elektromagnetisk våg i rummen är en globalkonstant c känd som ljushastighet.

Frekvensen och våglängden av elektromagnetisk våg i rummen består i relation till varandra: $\lambda = \frac{c}{f}$.

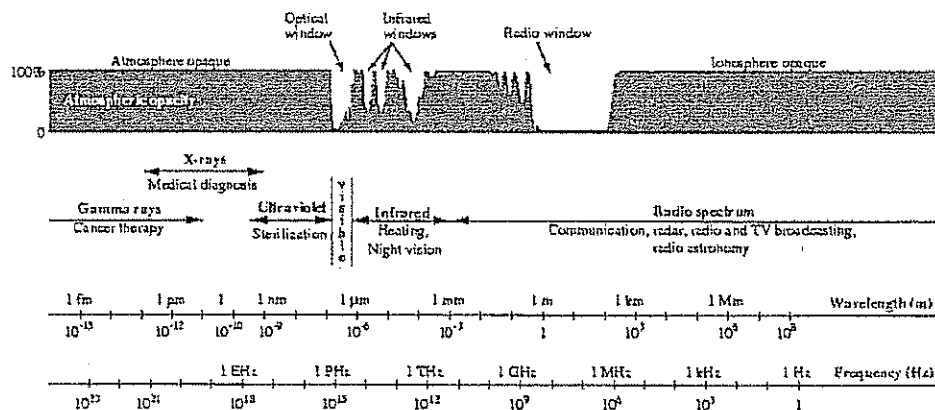


Figure 13 Spektrum av elektromagnetisk våg. Ulaby²⁶

Maxwells ekvationer

Experiment och teori utvecklad av Gauss, Ampère, Faraday och många andra sammanställdes 1873 i en modern teori om elektromagnetism av James Clerk Maxwell²⁷.

Hans teori sammanfattas i ett ekvationssätt bestående av fyra grundläggande ekvationer:

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$ (3.1a) Denna ekvation är "en omskrivning av Coulombs dragningskraft mellan elektriska laddningar". "Elektriska nettoflödet ut ur en sluten volym beror på nettoladdningen i volymen. Elektriska fältlinjer startar eller slutar på en laddning."²⁸

$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (3.1b) Denna ekvation är "...Faradays lag om induktion" "Elektriska fältstyrkan och därmed även spänning beror på ändringar i det magnetiska flödet" "Kryssprodukten beskriver att fälten är riktade vinkelrätt mot varandra enligt "skruvregeln""

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (3.1c) Denna ekvation är "... motsvarande (ekvation 3.1a) formulering för det magnetiska fältet Man kan inte sätta på nord- och sydpoler, man kan inte få fristående nord- och sydpoler i en sluten volym Delar man en magnet bildas två nya magneter som har både nord- och sydpoler Matematiskt beskrivs detta som att vi inte kan något netto-magnetflöde ut ur en sluten volym Det går alltid lika många magnetiska fältlinjer in i volymen som ut ur volymen".

$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ (3.1d) Denna ekvation är Ampères lag kompletterat av Maxwell. Den första delen säger att "...

Summan av magnetiska fältstyrkan runt en ledare ger strömmen i ledaren, och kryssprodukten beskriver att riktningen på magnetiska fältstyrkan och strömmen bestäms av skruvregeln". Maxwell kompletterade ekvation med förskjutningsströmmen som enligt honom måste finnas där om det finns en tidsvarierande elektriskt flödestäthet.

²⁶ Se fotnot 4.

²⁷ James Clerk Maxwell var en teoretisk fysiker och geni född i en skotsk adlig familj. (1831 – 1879)..

²⁸ Citaten på sidan kommer från Per Wallander, "17 lektioner i telekommunikation", PERANT, 2001, ISBN 91-86296-10-8. Det finns ett mycket bra beskrivning av Maxwells insats där.

Eller i en integral form:

$$\text{Gauss lag } \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q \quad (5.1)$$

$$\text{Faraday lag } \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (5.2)$$

$$\text{Gauss lag för magnetism } \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (5.3)$$

$$\text{Ampère lag}^{29} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad (5.4)$$

Där $\mathbf{E}$ och $\mathbf{D}$ är styrka och täthet av elektriskt fält som är kopplade genom $\mathbf{E} = \epsilon \mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ och $\mathbf{H}$ är motsvarigheter i det magnetiska fältet och är kopplade med $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, ρ_v är täthet av elektrisk laddning per volymenhet och $\mathbf{J}$ är strömtäthet per ytenhet.

Sammanfattning

Syfte med detta kort repetition av ellära och telekommunikation var att framhäva faktum att det är bara tidsvarierande fält (elektriskt eller magnetiskt) som är skällan av elektromagnetiska vågor. Vidare att statiska fält (elektriskt och magnetiskt) är special fall av den allmänna elektromagnetiska teori.

Denna special fall förekommer när alla laddningar i en viss volym är platsbestämda eller om de rör på sig då gör de det med en konstant hastighet. Matematiskt uttrycker man det med att tidsderivata är lika med noll: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

Man ser att de fyra Maxwells ekvationer som är bundna med varandra just genom tidsderivata faller i ser i två ekvationssätt oberoende från varandra.

En för den elektrostatiska fenomenen:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

En annan för den magnetostatiska fenomenen:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

Man ser tydligt att de första två innehåller endast elektriska storheter och de andra två innehåller endast magnetiska storheter. Vilket visar att det elektriska fältet och det magnetiska fältet inte beror på varandra i ett statiskt tillstånd.

Elektriskt, magnetiskt och elektromagnetiskt fält utgör en av viktigaste fast inte den enda orsaken till störningar i och från elektriska apparater. Däremot elektromagnetism är kanske den mest komplicerade mekanism som orsakar dessa störningar.

Uppläggning av detta repetitionen anpassades till kursinnehåll i KTH Syd, Elektronik och datorsystem kursplan.

Matematik I 6H2905 Särskild delmoment: Ha kunskap om vektorbegreppet och göra beräkningar i planet och rummet.

Ellära och elektronik I, 6H3002 Särskild delmoment: förstå egenskaperna hos kapacitiva och induktiva kretsar och kunna återge och tillämpa de matematiska sambanden för upp- och urladdning av kapacitiva kretsar respektive in- och urkoppling av induktiva kretsar.

Ellära och elektronik II, 6H3003 Särskild delmoment: kunna genomföra frekvensanalys och dimensionering av filter och förstärkare med avseende på amplitud- och färgång.

Telekommunikation, 6H3004 Särskild delmoment: Överföringssystem: Kablar (framåtgående och reflekterad effekt), Smithdiagram, impedansanpassning, antenner och fiberoptik.

Signaler och reglersystem, 6H3005 Särskild delmoment: kunskap om matematiska metoder för analys av linjära system.

Med flera.

²⁹ Kompletterat av Maxwell med förskjutnings ström komponent.