

Undersökning av simuleringsmodell för utvärdering av olika portföljstrategier inom skuldförvaltning

Love Eklund
KTH
loveekl@kth.se

Abstract—How a country should borrow money is no easy question to answer as there are many different variables in play that effects a debt managers decision. One way to make the decision easier is to use a model that can quantify the risk and costs to let the debt manager choose a strategy that will minimize cost at certain risk level. Such a model will also allow a structured way to compare how different ways of borrowing money affects costs. In this paper a model that simulates outcomes of variables that affect the costs and then uses those simulations to calculate costs for different debt portfolios is described. The model uses historic data to create multiple paths for the variables into the future. It also allows for changing of the different exposures, duration, foreign currency and inflation in a systematic way. This allows a debt manager to see how an increase in one of these exposures over coming years might affect the costs of the debt portfolio. An evaluation of the simulated paths show that the historic data that is used to fit the model has a high impact on the generated paths and that they sometimes might differ from the historic data in some ways. It is also shown that there are certain risk and cost trade-offs that can be made and that some portfolios give a lower expected cost than others with the same risk. However it is likely most of the cost advantages seen in the results come from assumptions made when creating the model. In conclusion the simulation model can help a debt manager evaluate different portfolios, however when doing so it is important to understand both, how the simulated paths of the variables look and how the assumptions made in the design of the model affects these parths. As these aspects has a an effect on how the costs for different portfolios.

I. SAMMANFATTNING

Ett lands statsskuldkontor har ofta många olika tillvägagångssätt när det kommer till att låna upp pengar för att täcka statens underskott. Eftersom alla dessa sätt har olika förväntad kostnad och risk så måste avvägningar i hur mycket som ska lånas i varje skuldslag göras. För att göra dessa avvägningar så är det nödvändigt att kunna jämföra de olika skuldslagen och dess kombinationer, även kallat skuldstrategier. En vanlig metod för att göra detta är att använda en modell som simulerar en mängd utvecklingar för marknadsvariabler som påverkar hur stora kostnaderna associerade med skulden är och sedan beräknar hur stora kostnaderna är för varje skuldstrategi i varje scenario. Detta låter en undersöka kostnaden och riskerna på ett systematiskt sätt för olika skuldstrategier. I denna rapport så undersöks hur en sådan modell kan skapas och användas för den svenska statsskulden. Modellen består av två delar, en stokastisk och en deterministisk. Den stokastiska tränas på historisk data och skapar sedan utvecklingar av marknadsvariabler. Den deterministiska ändrar på ett systematiskt sätt skuldstrategin

och beräknar sedan kostnaderna över alla scenarion. Båda delar av modellen undersöktes och den stokastiska visade upp utvecklingar av variabler som liknade de som setts historiskt och det gick även att se att hur de scenarion som skapades såg ut påverkades till viss grad av hur mycket data som användes. Den deterministiska delen visade att det fanns en skillnad i kostnad och risk för olika skuldstrategier och att de som hade högre risk ofta hade lägre kostnad. Det är dock värt att notera att de kostnadsfördelar som observeras till stor del beror på hur modellen är skapad och detta är viktigt att ta i beaktande om modellen ska användas för att jämföra olika skuldstrategier.

II. INTRODUKTION

Hur en skuld ska förvaltas på ett effektivt sätt är en komplicerad fråga och som skuldförvaltare är ens uppdrag att försöka svara på just detta. En central fråga när det kommer till att förvalta en skuld är att bestämma hur man ska låna upp pengar och avväga vilka risker de olika sätten att låna pengar på medför. Ett exempel på detta är bland annat risken som uppstår av att det kan ske skiften i avkastningskurvan. Men detta är inte den enda risken som en skuldförvaltare måste ta hänsyn till, utan även andra parametrar så som inflationen och växelkurser kan påverka ens framtida kostnader. Det är därför önskvärt att på något sätt kunna kvantifiera kostnaderna och riskerna som uppstår till följd av olika skuldstrategier. Med skuldstrategier avses fördelning av skulder över olika skuldinstrument. Ett sätt att göra detta som gjorts av andra skuldkontor tidigare [1] är att skapa en simuleringsmodell som beräknar kostnader för olika skuldstrategier över en mängd olika scenarion, där ett scenario är en utveckling av olika variabler som påverkar kostnaderna för en skuldstrategi. Det går sedan att undersöka olika kostnadsåtgångar, så som genomsnittlig kostnad över de olika scenarierna eller standardavvikelser på kostnaderna över dessa scenarion. På så vis kan man hitta en optimal skuldstrategi inför framtiden. I denna rapport kommer utformningen av en sådan simuleringsmodell för Riksgälden att undersökas. Att den görs för Riksgälden påverkar modellens utformande i flera aspekter och kan ses som en avgränsning för arbetet då en mer generell simuleringsmodell skulle innebära ett mer omfattande arbete. En del av rapporten kommer således fokusera på riksgälden och dess skuldförvaltning. Rapportens struktur är följande. Först kommer en introduktion om Riksgälden och syfte med rapporten ges. Efter det kommer

bakgrund och teori för att läsaren ska få förståelse för ämnet samt de termer och de modeller som används. Sedan beskrivs hur simuleringsmodellen skapas ut och hur den kan användas. Slutligen kommer resultat från simuleringsmodellen och diskussion kring resultaten från simuleringsmodellen presenteras. De slutsatser och synpunkter som uttrycks i detta arbete är författarens egna och ska inte uppfattas som Riksgäldens.

A. Riksgälden

Riksgälden är en svensk myndighet som har många samhällsviktiga uppdrag inom finansområdet. Ett av dessa uppdragen är att förvalta statsskuden, alltså det underskott som staten får när utgifterna är större än intäkterna. I Riksgäldens riktlinjer står det: "statens skuld ska förvaltas så att kostnaden för skuden långsiktigt minimeras, samtidigt som risken i förvaltningen beaktas" [2]. Det är därför högst relevant för dess skuldförvaltningsenhet att kunna jämföra olika skuldstrategier med avseende på kostnad och risk.

Det går att se det som att Riksgälden kan förändra tre olika parametrar inom sin skuldstrategi, även kallat exponeringar. En av dessa är duration, vilket är ett mått på hur lång tid man lånar på och beräknas på följande vis.

$$dur = \frac{\sum_{t=1}^n PV_t * T(t)}{\sum_{t=1}^n PV_t} \quad (1)$$

Där PV_t står för present value (nuvärde) av kassaflödet vid tidpunkt t och $T(t)$ är tiden till tidpunkt t och n står för antalet kassaflöden. Om man beräknar durationen för varje värdepapper i portföljen (samling av värdepapper) och sedan viktar durationerna efter hur stor del av den totala portföljen som värdepappret utgör i nominellt belopp får man durationen för skuden. Historiskt har den sett ut på följande vis, se Fig. 1. En annan parameter som Riksgälden kan ändra på inom sin skuldförvaltning är valutaskuden, alltså hur mycket som lånas upp i utländsk valuta. Hur den har sett ut historiskt går att se i Fig. 2.

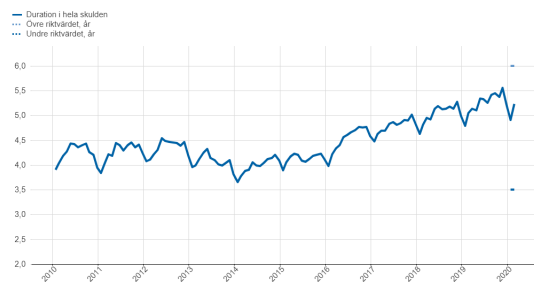


Fig. 1: Graf över hur durationen för den svenska statsskuden förändrats över tiden, utmärkt är även durationsmålen [3].

En tredje parameter som Riksgälden kan ändra på är hur stor andel som lånas nominellt och hur stor del som lånas reall. Realandelen är den del av skuden som utgörs av instrument vars utbetalningar är kopplade till inflationen. Hur stor del av

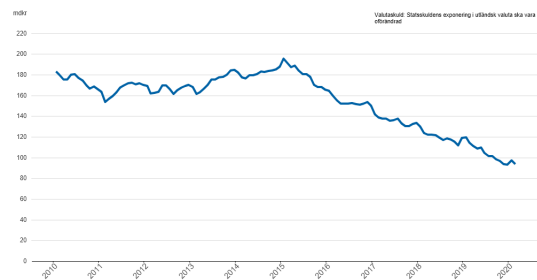


Fig. 2: Graf över hur valutaskuden för den svenska statsskuden förändrats över tiden [3].



Fig. 3: Graf över hur stor andel av den svenska statsskuden som utgjorts av realskuld sett över tiden, utmärkt i grafen är även rikvärdet av andel av skuden som ska utgöras av realskuld [3].

skuden som historiskt sett utgjorts av real skuld går att se i Fig. 3.

Att arbetet utförs på Riksgälden ger den direkta påverkan att det är dessa tre parametrar som undersöks. Modellen blir även anpassad till att endast skapa scenarion för de variabler som är relevanta för att beräkna kostnader som uppstår i samband med förändringar av dessa parametrar. Andra aktörer skulle ha andra parametrar som skulle kunna undersökas och således blir resultatet av arbetet specifikt för Riksgälden och inte nödvändigtvis generaliserbart för andra aktörer.

III. SYFTE & PROBLEMFORMULERING

A. Syfte

Syftet med denna rapport är att undersöka hur en simuleringsmodell kan utformas samt om den kan användas för att undersöka vilka effekter en förändring av skuldstrategi får för de förväntade kostnaderna och riskerna. Simuleringsmodellens olika delar kommer att undersökas samt vilka effekter man kan se av de val som görs i utformningen av modellen. Anledningen till att det är önskvärt att undersöka vilka effekter de val man gör har för simuleringsmodellen är att det går att skapa större tillförlitlighet och förståelse för resultaten som modellen ger då.

B. Problemformulering

frågorna som rapporten avser att svara på är följande:

- Kan en simuleringsmodell användas för att jämföra olika portföljstrategier för den svenska statsskuden med avseende på kostnad och risk?

- Hur kan en sådan simuleringsmodell för statsskulden utformas?
- Hur kan man undersöka hur utformatet av modellen påverkar resultatet?

IV. BAKGRUND & TEORI

I detta avsnitt kommer teoretisk bakgrund ges för de begrepp och metoder som kommer användas i simuleringsmodellen. Även tidigare arbeten inom liknande områden kommer att tas upp.

A. Avkastningskurvor

Både uttrycket avkastningskurva och räntekurva kommer användas i den här rapporten, de avser båda samma sak. De är centrala i simuleringsmodellen och det är därför viktigt att läsaren förstår vad de är och hur de utformas i det här arbetet. En avkastningskurva är en kurva som visar hur räntan förändras beroende på hur lång tid man lånar. Avkastningskurvor är centralt för en simuleringsmodell eftersom många av de kostnader som är associerade med att förvalta en skuld baseras på hur avkastningskurvan och dess utveckling ser ut. Ett enkelt exempel på avkastningskurva och hur ett parallellt skifte, alltså att alla räntor blir högre, ser ut går att se i Fig. 4. En avkastningskurva används för att prissätta olika instrument som används för att låna upp pengar. I den här rapporten kommer två olika egenskaper hos kurvorna tas upp, dels formen, alltså hur kurvan utvecklas ju längre tid man lånar på. Kurvorna i Fig.4 är båda i vad som skulle kunna kallas normal form. Om räntan för att låna kort däremot är högre än den för att låna under längre tid så är kurvan inverterad, detta är något som bara brukar uppstå under kortare perioder och ses av vissa som en indikator för ekonomisk recession [4]. Den andra egenskapen som kommer diskuteras är nivån på kurvan, i denna rapporten kommer nivån referera till den kortaste räntan på kurvan.

Nelson & Siegel har visat att det går att parametrisera en avkastningskurva med fyra parametrar [5] enligt ekvation 2, räntan för t år vid dag d blir då

$$y(t) = \beta_{1,d} + \beta_{2,d} \left[\frac{1 - \exp(-t/\lambda_d)}{t/\lambda_d} \right] + \beta_{3,d} \left[\frac{1 - \exp(-t/\lambda_d)}{t/\lambda_d} - \exp(-t/\lambda_d) \right] \quad (2)$$

DiBold & Li har visat att den förenklas ytterligare och man kan fixera λ till samma värde för alla dagar [6]. Det har visats av Svensson [7] att det går att utöka Nelson-Siegel modellen med två extra parametrar till en modell som kallas Nelson-Siegel-Svensson, denna modellen ges av ekvation (3). Denna

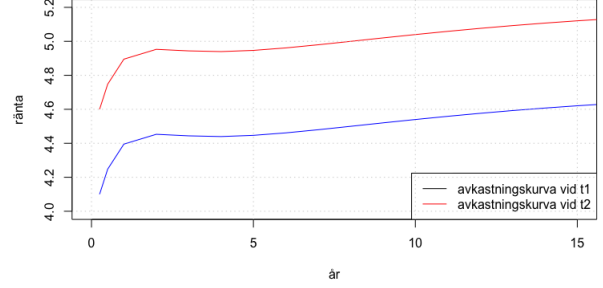


Fig. 4: Exempel som visar förskjutning i avkastningskurvan som, här skiftar hela avkastningskurvan parallellt upp 50 punkter från t_1 till t_2 .

modell har fler frihetsgrader och brukar således kunna skapa en bättre räntekurva från given data.

$$y(t) = \beta_{1,d} + \beta_{2,d} \left[\frac{1 - \exp(-t/\lambda_{1,d})}{t/\lambda_{1,d}} \right] + \beta_{3,d} \left[\frac{1 - \exp(-t/\lambda_{1,d})}{t/\lambda_{1,d}} - \exp(-t/\lambda_{1,d}) \right] + \beta_{4,d} \left[\frac{1 - \exp(-t/\lambda_{2,d})}{t/\lambda_{2,d}} - \exp(-t/\lambda_{2,d}) \right] \quad (3)$$

B. Matematiska metoder

Utvecklingen av scenarion görs av olika matematiska metoder, hur dessa fungerar och vad de har för egenskaper kommer beskrivas i den här delen. Detta för att ge läsaren förståelse för vad som gör att de scenarion som genereras ser ut som de gör.

1) *Multivariat Ornstein-Uhlenbeck*: En Ornstein-Uhlenbeck-process är en stokastisk process som går mot ett visst värde på ett slumpmässigt vis. En sådan process beskrivs med följande ekvation.

$$dr = \alpha(\gamma - r)dt + \rho dz \quad (4)$$

Där dr ger skillnaden i räntan vid tidsteg av storlek dt och dz är en standard Wiener-process. Modellen ger att räntan rör sig mot ett långsiktigt värde γ . Hur snabbt den går dit påverkas av värdet på α , men den har också ett stokastiskt element från Wiener-processen som gör att den avviker från det långsiktiga värdet. Storleken på avvikelserna beror på storleken på ρ . Det har visats att utvecklingen av en ränta kan beskrivas med en Ornstein-Uhlenbeck-process [8]. Ett antagande som görs då är att räntan har ett långsiktigt medel som den ständigt rör sig mot. Det går att utöka processen till att vara multivariat så att den hanterar flera korrelerade variabler. Den får då formen

$$d\mathbf{r} = -(\boldsymbol{\theta}\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu})dt + \boldsymbol{\sigma}d\mathbf{B} \quad (5)$$

där $d\mathbf{r}$ är en $n \times 1$ vektor med förändringar i alla variabler, $\boldsymbol{\theta}$ är en $n \times n$ matris med koefficienter, $\boldsymbol{\mu}$ är en $n \times 1$ vektor och $\boldsymbol{\sigma}$ är en $n \times n$ matris och $d\mathbf{B}$ är en $n \times 1$ vektor med oberoende standard Wiener-processer. Det långsiktiga värdet

variablerna rör sig mot går att bestämma genom att lösa ekvationsystemet $\theta x = \mu$ och hur mycket processen rör sig slumpmässigt beror på σ . Det går då även att bevisa att processen blir ekvivalent med en VAR(1) modell vilket visas i [9], förutsatt att den uppfyller vissa kriterier. Ett av dessa kriterier är bland annat att att VAR(1)-modellen går mot ett långsiktigt medel.

2) *VAR-modell*: En VAR-modell är en modell som beräknar nästkommande steg i N serier genom att använda historiska värden på dessa serier. Antagandet är att det historiska värdet på dessa serier påverkar den framtida utvecklingen. En VAR modell låter en även se hur de olika serierna påverkar varandra och fångar korrelationer i utvecklingen av serierna. I denna rapport kommer endast en VAR(1)-modell användas, med detta menas att man endast kollar på föregående tidssteget och ekvationen blir då följande

$$Y_t = c + AY_{t-1} + \epsilon_t \quad (6)$$

Där Y är en $N \times 1$ vektor med värden för alla serier i modellen. A är en matris $N \times N$ med koefficienter. ϵ_t är en $N \times 1$ vektor med felen i tidssteg t . c är en $N \times 1$ vektor med konstanter. Koefficienterna och konstanterna ska uppfylla kravet att de ger $E(\epsilon_t) = 0$, alltså att väntevärdet av felet är noll. Matrisen A och vektorn c går då att uppskatta genom att ställa upp utvecklingen av varje serie individuellt enligt ekvation (7) och sedan lösa med Ordinary Least Square (OLS) [10].

$$Y_1^t = c + A_{1,1} * Y_1^{t-1} + A_{1,2} * Y_2^{t-1} + \dots + A_{1,n} * Y_n^{t-1} + \epsilon_t \quad (7)$$

3) *Brownian Bridge*: En standard brownian bridge kan ses som en stokastisk interpolering mellan två punkter $[0, T]$, där värdet i punkt $t \in [0, T]$ ges av ekvation (8)

$$B(t) = W(t) - \frac{t}{T}W(T) \quad (8)$$

Där $W(t)$ är en Wiener-process med väntevärde 0 och varians t . Från ekvation (8) framgår det att $B(0) = B(T) = 0$, det kan dock vara önskvärt att processen istället uppfyller $B(0) = a, B(T) = b$ där a och b är givna värden. Detta görs genom att istället för att använda $B(t)$ använda $B'(t)$ som ges av ekvation (9).

$$B'(t) = a + t * (b - a) + B(t) \quad (9)$$

C. Finansiella instrument

Detta avsnitt avser att ge läsaren en överblick över hur de finansiella instrument som används i modellen fungerar, hur de prissätts och andra egenskaper som är viktiga för förståelse av simuleringsmodellen.

1) *Obligationer*: Obligationer är det instrument som Riksgälden handlar mest i. I slutet av februari 2020 bestod mer än hälften av statsskulden, räknat till nominellt belopp, av obligationer [11]. En obligation är ett skuldbrev som ger den som äger obligationen årliga betalningar i form av kuponger

och det nominella beloppet vid dess förfall. Prissättningen sker genom att diskontera alla kassaflöden som obligationen genererar till dagens datum. Priset för en obligation med kupong c och det nominella beloppet 100 blir då

$$P = \sum_{i=0}^n \frac{c}{(1 + r_{t(i)})^{t(i)}} + \frac{100}{(1 + r_{t(n)})^{t(n)}} \quad (10)$$

där P är priset, $t(i)$ är tiden till kassaflöde i , $r_{t(i)}$ är räntan på tiden $t(i)$ och n är antalet kassaflöden. $r_{t(i)}$ fås från den nominella avkastningskurvan för dagen obligationen värderas.

2) *Realobligationer*: Realobligationer är obligationer som fungerar likt vanliga obligationer, fast deras betalningar påverkas av inflationen. De realobligationer som Riksgälden ger ut är kopplade till KPI-index som Statistiska Centralbyrån publicerar för varje månad. Detta index publiceras med en månads fördröjning, det vill säga, februaris KPI siffror publiceras först i mars [12]. KPI-index används för att beräkna en indexfaktor, denna indexfaktor multipliceras med kupongstorlek och det nominella beloppet för att beräkna hur stora betalningarna är från en realobligation. Fördröjningen i publikationen leder till att man använder sig av historiskt index vid beräkning av dagens indexfaktor enligt följande

$$I = \frac{I_{M-3} + \frac{\min(d,30)-1}{30} * (I_{M-2} - I_{M-3})}{Basindex} \quad (11)$$

Där I är indexfaktor, I_{M-n} är vad index stod i för n månader sedan och d är vilken dag i månaden det är vid beräkning av indexfaktorn. $Basindex$ är det värdet index har vid utgivning av instrumentet. Vid beräkning av indexfaktorn antas alla månader ha 30 dagar. Värderingen av en realobligation görs genom att diskontera alla kassaflöden med realräntan och sedan multiplicera med indexfaktorn för värderingsdagen, likt ekvation (10). Realräntan fås från den reala avkastningskurvan för dagen då obligationen prissätts.

3) *Statsskuldsväxlar*: Statsskuldsväxlar är som obligationer fast de har löptid under ett år och saknar kupong. Priset på en statsskuldsväxel med nominellt belopp 100 blir

$$P = \frac{100}{(1 + r_t * t)} \quad (12)$$

Där P är priset, t är tiden till förfall givet i år och r_t är räntan på löptiden t .

4) *Ränteswappar*: Ränteswappar är instrument som låter en byta fasta räntebetalningar mot rörliga. En ränteswap sägs ha två ben, ett rörligt och ett fast. Den som har det rörliga benet betalar en rörligt ränta, medans den som har det fasta benet betalar en fast ränta. Den som har det fasta benet betalar en ränta som är knuten till en marknadsränta, i Sverige är detta ofta STIBOR. STIBOR kan beskrivas som den räntan banker lånar från varandra av och står för Stockholm Interbank Offer Rate. Den som har det fasta benet betalar ett fast belopp som bestäms vid initieringen av swappen. Hur stort det fasta beloppet är ges genom att vid initiering sätta värdet

på swappen till 0 och beräkna hur stort det fasta beloppet behöver vara då. Fujii et al. beskriver [13] hur man kan beräkna storleken på de fasta betalningarna genom följande ekvation.

$$C_N = \frac{P_{t,T_0} - P_{t,T_N}}{\sum_{n=1}^N \Delta_n P_{t,T_n}} \quad (13)$$

Där C_N är det fasta beloppet för en ränteswap med löptid N år, $P_{t,T}$ är diskonteringsfaktorn från tidpunkt t till T och T_0 är dagen då swappen börjar gälla. Diskonteringsfaktorerna beräknas genom att hämta räntorna från räntekurvan för marknadsräntan. Fujii et al. argumenterar även för att man inte bör diskontera framtida kassaflöden med marknadsräntan [13], men i detta arbete så kommer den förenklingen göras, eftersom att diskontera med en annan ränta skulle kräva simulering av fler räntekurvor. Ränteswappar kan användas för att ändra durationen på en portfölj utan att ändra det nominella beloppet på portföljen. Hur durationen påverkas beräknas genom att betrakta swappen som en kombination av växel och en kupongobligation, där det rörliga benet ses som en växel och det fasta benet som en kupongobligation [14]. Durationen för den som har det rörliga benet blir således

$$dur_{rörligabenet} = dur(obligation) - dur(växel) \quad (14)$$

Där $dur(x)$ av instrument x beräknas enligt ekvation (1). Durationen för den som betalar fasta betalningar blir $dur_{rörligabenet} * -1$.

5) *Valutaterminer*: Valutaterminer är kontrakt som låter en låsa in en växelkurs i framtiden. Detta gör att man kan förändra sin exponering mot olika valutor utan att ändra det nominella beloppet på portföljen. En valutatermin går att betrakta som två stycken växlar med olika valutor där man säljer en växel i ena valutan och köper en i den andra valutan. Räntan på dessa växlar kan beräknas med hjälp av ränteparitetsvillkoret som säger att avkastningen i en valuta måste vara samma som att växla till en annan valuta och samtidigt låsa in en framtida växelkurs och investera i den andra valutan. Detta eftersom det annars uppstår arbitrage, alltså riskfri avkastning. Ränteparitetsvillkoret beskrivs med följande ekvation.

$$(1 + r_{v_1}) = \frac{F_t}{S_t} (1 + r_{v_2}) \quad (15)$$

Där r_{v_1} är räntan i den ena valutan, F_t är den framtida växelkursen man kan låsa in idag, S_t är dagens växelkurs, även kallad spot-kursen och r_{v_2} är räntan i den andra valutan. En anledning till att betrakta valutaterminer som två stycken växlar är att det är enklare att räkna på värdeförändringar över tiden för positionen.

D. Tidigare arbete

Tidigare arbete som gjorts inom detta område [15] [16] visar att en simuleringsmodell för att undersöka skuldportföljer kan sägas bestå av två komponenter, en deterministisk och en stokastisk. Den deterministiska komponenten är den som givet en

utveckling av parametrar beräknar kostnaden och viktar om i portföljen för att följa en given skuldstrategi. Den stokastiska är den delen som beräknar dessa utvecklingar. Denna komponents slumpmässighet kan ses som ett sätt att reflektera osäkerhet kring framtiden och behövs eftersom om man visste hur parametrarna skulle utvecklas i framtiden skulle man redan veta den optimala skuldportföljen eller vilka konsekvenser olika skuldstrategier skulle ha. Det som skiljer sig mellan de implementationer som gjorts tidigare i den deterministiska komponenten är främst hur omviktningen sker i portföljen, till exempel så använder sig Belton et al. av ett koncept som de kallar kernels för att vikta om i portföljen [15]. En kernel kan ses som en omviktningssfunktion som flyttar runt andelar av skulden från ett skuldslag till ett annat utan att påverka det nominella beloppet för skulden. När det kommer till den stokastiska delen så är det större variation i hur det har gjorts i tidigare arbeten. Balibek et al. har till exempel använt sig av Nelson Siegel modellen för att modellera räntekurvor [1]. Belton et al. har däremot använt sig av terminspremie, inflation och en kort ränta för att skapa räntekurvor [15]. En del tidigare studier tar även upp problematiken med att man får en feedback effekt som uppstår om man lånar väldigt mycket i ett visst skuldslag. Detta då det påverkar prissättningen [15] [17].

E. Data

Datan som använts kan delas in i två kategorier, historisk marknadsdata och historiska räntekurvor, se Fig. 5. Marknadsdatan består av data som är direkt (växelkurser, KPI-index) eller indirekt (implicerad 3-månaders ränta) observerad på marknaden för alla bankdagar inom tidsintervallet 2002-01-01 till 2019-12-31. Räntekurvorna består av räntekurvor som är anpassade efter priser för alla dagar i samma tidsintervall. Räntekurvorna är parametriserade enligt ekvation (2) där parametern λ är fixad till 1.394 för varje dag. Lambda fixas så att uttrycket som multipliceras med β_3 maximeras vid 2.5 år, detta eftersom det visats ge funktionen en bra förmåga att fånga olika sorters räntekurvor [6]. En anledning till att den utökade modellens som beskrivs i ekvation (3) inte används är för att dessa parametrar varierar mycket mer i sin utveckling historiskt, vilket är något som Gilli et. al har visat [18]. Detta ger att vid varje tidpunkt så finns det 22 datapunkter, 3 för varje räntekurva, 6 stycken växelkurser, 6 stycken utländska implicerade räntor och 1 värde för KPI-index.

Marknadsdata	Räntekurvor
Växelkurser	STIBOR
KPI-index	Nominell Sek
Valuta terminer	Real Sek

Fig. 5: Tabell över data

En inspektion av datan visar att den tioåriga nollkupongräntan, alltså räntan som läses av vid 10 år från de historiska nominella räntekurvorna har gått ner under hela tiden, se fig. 6. Det går även i samma figur att se att den

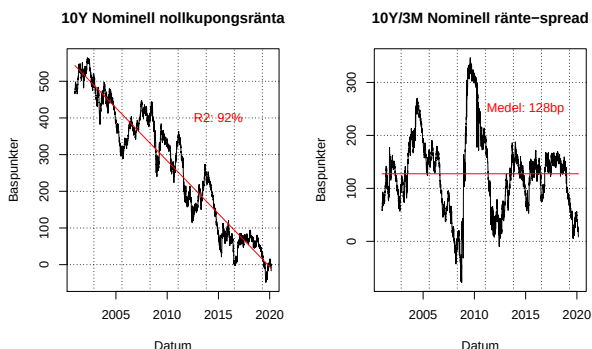


Fig. 6: Graf över den 10 åriga nollkupongsräntan, utmärkt på figuren är även en linjär linje som är anpassad till datan och dess R2 värde (till vänster) och 10-års/3 månaders räntespread (till höger)

nominella räntespreaden mellan 10 och 3 år har hållit sig positiv under nästan hela perioden. Detta indikerar att den nominella kurvan inte varit inverterad under längre perioder. Det är intressant att undersöka hur dessa två parametrar utvecklas i skapandet av nya scenarion, då det kan ses som ett sätt att undersöka hur realistiska utvecklingarna är.

V. METOD

I detta avsnitt kommer en beskrivning av hur simuleringsmodellen fungerar ges. Metoder för utvärdering av modellen kommer även beskrivas i denna del.

A. Simuleringsmodellen

Simuleringsmodellen består av två delar en deterministisk del som givet variabler och transaktioner beräknar kostnader och en stokastisk del som beräknas de variabler som den deterministiska delen behöver. Den stokastiska delen kallas så eftersom den ger olika resultat givet samma indata, den deterministiska ger däremot alltid samma resultat givet samma indata.

1) *stokastisk del*: Den stokastiska delen av simuleringsmodellen tar fram nya variabler som påverkar kostnaden för skuldportföljen, de variabler som ska simuleras är dels de som står under rubriken marknadsdata i 5 och även parametrar som beskriver de räntekurvor som finns i samma tabell. Räntekurvorna som genereras ges på formen som i ekvation (2) med λ fixat till samma värde som de historiska parametrarna, alltså 1.394. Eftersom alla variabler som ska simuleras har en påverkan på varandra eller korrelerar på ett visst sätt används en används en VAR(1) - modell för att försöka fånga denna påverkan och korrelation. En annan anledning till att använda en VAR(1) - modell är den visat sig vara ekvivalent med en multivariat Ornstein-uhlenbeck process och då låter en på ett enkelt sätt skapa stationära processer. Ett antagande som görs är att räntorna och de parametrar som beskriver dem går mot ett medel på lång sikt, detta antagandet stöds av bland annat [19]. Då KPI endast publiceras en gång per månad så

användes bara första värdet i varje månad av varje variabel för att använda lika många datapunkter av varje variabel. KPI har även en säsongvariation som går att observera historiskt, KPI-datan behövde därför normaliseras. Normaliseringen skedde genom att dividera varje datapunkt med normaliseringsfaktorer som togs fram genom LOESS, en metod som visat sig fungera väl för säsongjustering av data [20]. LOESS beräkningen gjordes med R-paketet "stats" [21]. Säsongfaktorerna som användes finns i Appendix Fig. 24. För att skapa nya scenarion så användes en VAR(1)-modell, men utvecklingen av vissa variablers utveckling önskades kontrolleras enligt förbestämd utveckling. Dessa variabler är KPI och växelkurserna mellan SEK och utländska valutor. KPI justerades till att i varje steg ha en utveckling som är $1.02^{\frac{1}{12}}$. Den utvecklingen ger en inflation på 2% över året, vilket är Riksbankens mål [22]. Det har visats att det är svårt att skapa ett bättre sätt att simulera växelkurser är genom Random Walk med 0 i drift [23], därför justerades alla valutor till att i i väntevärde ha samma värde som i föregående tidssteg. Sedan anpassades en VAR(1)-modell till historisk data för alla övriga variabler. För att göra detta användes R-paketet "VARS" [10] som gör en anpassning till datan med OLS. Anpassningen från VAR(1)-modellen gav en en koefficient matris en vektor med konstanter och en residual matris. Residual matrisen utökades sedan även till att inkludera residualerna från KPI och växelkurserna sett historiskt. Dessa residualer beräknades genom att ta skillnaden mellan hur utvecklingen skulle varit om den hade varit enligt antagande ovan och de observerade värdena.

Residual matrisen användes sedan för att introducera slumpmässighet i skapandet av framtida scenarion. Detta gjordes genom att först beräkna kovarians matrisen för residual matrisen. Kovarianserna kunde då användas för att generera slumpmässiga vektorer med variabler som korrelerar på samma vis som residual matrisen. Detta kan göras genom att först ta fram en matris C så att $CC^t = K$ där K är korrelations matrisen. C går att ta fram genom egenvärdena och egenvektorerna till K enligt (16) och kan sedan användas enligt (17), där Q är en matris där varje kolumn består av egenvektorerna till K och E är en vektor med tillhörande egenvärden, R vektorn med korrelerade variabler och t är en vektor med normalfördelade variabler.

$$C = Q\sqrt{E} \quad (16)$$

$$R = Ct, \quad t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (17)$$

vektorn R består då av slumpmässigt genererade tal som korrelerar på samma vis som K . Framtida utvecklingar av variabler togs fram genom att använda den koefficientmatrisen, vektorn med konstanter som tagits fram som A respektive c i (6) för att få fram förväntad utveckling i varje tidssteg. Förväntad utveckling för KPI och växelkurser lades även till. Sedan togs en vektor med fel som korrelerar likt de gjort historiskt fram och adderades. Detta skapade slumpmässiga

utvecklingar av alla variabler som önskades att simuleras.

VAR(1)-modellen kan ge värden för alla variabler som är av intresse vid varje månads start, men för att kunna räkna på transaktioner som sker under månaderna måste det finnas värden på variabler då med. Detta löstes genom att interpolera mellan månaderna med en multivariat Brownian Bridge enligt (9) där start och slutvärden sattes till de värdena som VAR(1)-modellen genererat.

Vid skapandet av scenarion så användes olika subset av datan som fanns tillgänglig, beroende på syftet med scenarion, vissa användes bara för att undersöka modellen, vilket beskrivs senare. Men för skapandet av scenarion som användes för beräkningen av kostnaderna för olika skuldstrategier användes all tillgänglig data. Detta gav 215 värden för varje variabel. Efter att ha anpassat modellen efter dessa värden genererades 1000 scenarion som användes för att undersöka kostnaderna och riskerna för en viss skuldstrategi. Dessa scenarion skapade variabler för dagar fem år fram i tiden, från 2020 till 2025.

2) *deterministisk del*: Den andra delen av simuleringsmodellen är den deterministiska delen, denna del beräknar kostnaderna givet en en portfölj, transaktioner och utveckling av variabler. Den beräknar även durationen, valutaexponeringen samt inflationsexponeringen för hela portföljen vid olika tidpunkter. I den deterministiska delen finns även delen som gör förändringar i portföljen så att man kan undersöka hur dessa förändringar påverkar bland annat kostnaderna associerade med en viss skuldstrategi. I detta arbete så används en grundportfölj och en grundplan, det görs även ett antagande att det inte finns några externa flöden, utan det enda som måste finansieras är kostnaderna associerade med lån som förfaller och räntebetalningar.

Grundportföljen består av de instrument man har i början av simuleringsperioden, grundplanen består av transaktioner som till stor del täcker det lånebehovet som ges av de instrument finns i portföljen. Det underskott eller överskott som uppstår på grund av att grundplanen inte täcker alla utgifter och intäkter hanterar modellen genom att låna eller låna ut på kortast möjliga löptid, vilket är till nästa dag. Den räntan hämtas från STIBOR-kurvan.

Det första som görs i den deterministiska delen är ändringar i grundplanen. Dessa måste göras på ett sätt som gör att man inte påverkar hur mycket pengar som lånas upp, men ändå ändrar exponeringen i portföljen. Detta löses genom att ha något som i arbetet, likt Belton et al. [15] kallas kernels. Dessa kernels fyller i detta arbete samma funktion som de gör för Belton et al. men de fungerar på ett annat sätt. Istället för att för att vikta om inom olika löptider på obligationer så ändras durationen i det här arbetet genom att handla i ränteswappar. Mer exakt antalet kronor som utgör det nominella beloppet för ränteswapparna som ligger i grundplanen förändras. Hur mycket ränteswappar som ska handlas beräknades genom att först använda ett scenario för att generera transaktioner under hela perioden. Sedan för varje kvartal k_t beräknades skillnaden i durationen i nästa kvartal k_{t+1} och måldurationen. Sedan beräknades hur mycket ränteswappar som behövde handlas för

att komma till måldurationen enligt följande ekvation.

$$S_n = \frac{D * N}{D_s} \quad (18)$$

Där S_n är det nominella beloppet som ska handlas i swappar, D är skillnaden från måldurationen, N är det nominella beloppet för portföljen och D_s är durationen för en swap vid initiering. I detta arbetet användes $D_s = -9$, men det skulle också kunna beräknas. Sedan delades S_n med 12 för att beräkna hur mycket man skulle behöva handla varje månad för att nå måldurationen och transaktioner lades till med det beloppet för varje månad fram till k_{t+1} . En anledning till att inte justera durationen direkt är att durationen naturligt varierar under tiden och ett försök till direkt justering skulle leda till att man skulle behöva handla väldigt mycket åt båda hållen. Valutaexponeringen ändrades genom att handla i valuta-terminer löpande under perioden, dessa valuta-terminer fördelades så att en termin i varje valuta förfaller varje månad och en ny position tas som förfaller tre månader senare. Detta leder till att man alltid har tre valuta terminer rullande utöver de som finns i grundplanen. Fördelningen över vilka valutor som handlas i hölls konstant över alla portföljer. Inflationsexponeringen förändrades genom att lägga till transaktioner där man gav ut realobligationer och köpte tillbaka nominella obligationer för så mycket pengar som man får in från utgivningen av realobligationer. Dessa transaktioner lades till så att de gjordes innan perioden som undersöktes. Dessa transaktioner skedde till en genomsnittsränta för varje instrument för att undvika att räntekurvan för dagen då transaktionerna skedde skulle spela för stor roll.

När en ny plan för transaktioner skapats gjordes beräkningar för kostnaden för denna plan med olika uppsättningar av genererade variabler för att undersöka hur skuldstrategin skulle prestera under olika scenarion. Utöver beräkning av kostnaden gjordes även beräkningar på duration, inflationsexponering och valutaexponering under varje simulering. Kostnaderna, och de olika exponeringarna är det som sedan undersöks för att undersöka deras relation till varandra.

Kostnaderna för en period beräknades genom att man för varje instrument i portföljen beräknar dess kassaflöden, förändringen i dess upplupna ränta och förändringen i dess bokförda värde. Kassaflödena för instrumenten beräknas så som de beskrivs i tidigare avsnitt och den upplupna räntan kan ses som att man fördelar kostnaden av kommande kassaflöde över en period mellan två kassaflöden. För swappar beräknas det bokförda värdet endast som skillnaden i upplupna ränta mellan de båda benen. Det bokförda värdet för obligationer beräknas genom att diskontera alla kommande kassaflöden till en ränta enligt ekvation (10), fast räntan är då samma för alla kassaflöden. Räntan som används är en genomsnittsränta för alla säljtransaktioner som görs i instrumentet. Samma metod som används för obligationer används för växlar fast då användes ekvation (12). För valutaterminer beräknades det bokförda värdet som skillnaden i det bokförda värdet för de två växlar som valutaterminen kan skrivas om som, där dagen för bokförningsberäkningens växelkurs användes för att få den

utländska växelns värde i SEK.

Undersökningen av de olika exponeringarna skedde genom att skapa kernels som gick mellan olika värden i jämna steg på exponeringarna, vilka dessa värden var och hur många steg går finns i tabell 7. För varje förändring i en exponering skapades kernels som testade alla värdeförändringar i de andra exponeringarna, detta ledde till att det sammanlagt testades 64 kernels, eller skuldstrategier.

Exponering	Grundportfölj	Ökning	Minskning	Steg
Duration (år)	4.6	1.4	-2.6	4
Valuta (%)	10.6	9	-9.3	4
Inflation (%)	17.7	18	13	4

Fig. 7: Tabell över kernels

B. Undersökning av olika skuldportföljer

När kostnadsdata för varje skuldstrategi var framtaget undersöktes storleken på kostanden i medel samt standardavvikelsen för kostnaderna över alla simuleringar för en strategi. Standardavvikelsen i kostnaderna användes för att mäta risken. Det gick då att hitta vilka strategier som ger lägst förväntad kostnad i förhållande till risk, dessa strategier kan kallas överlägsna de strategier som ger samma förväntade kostnad men med högre risk eller högre förväntad kostnad med samma risk. För att undersöka hur de olika faktorerna påverkade kostnaden och risken gjordes även en linjär regression på resultaten av kostnadsberäkningarna. Om genomsnittskostnaden konvergerade och hur snabbt den gjorde det beroende på hur många scenarion den beräknades för undersöktes också. Detta genom att beräkna standardfelet för skattningen på genomsnittskostnaden.

C. Utvärdering av stokastiska delen

Det är viktigt för att förstå resultaten att även undersöka de scenarion som skapats. Hur de scenarierna och modellen som genererar scenarion ska utvärderas är inte helt självklart. Bolder et al. har undersökt hur modellen reagerar på chockar av olika variabler och sett att den reagerar som förväntat [17]. I denna rapport kommer andra metoder användas som bygger på att generera nya uppsättningar scenarion där träningsdata eller annat bytts ut. I de scenarion som genereras för att utvärdera den stokastiska delen av modellen kommer varje test använda sig av 1000 scenarion.

Dels undersöktes hur känslig modellen var för hur mycket data den anpassades till. Detta undersöktes genom att anpassa modellen till en delmängd av datan och undersöka vilken påverkan detta har på de scenarion som genereras. Modellen anpassades till en delmängd av datapunkter mellan åren 2012-2020. De scenarion som genererades jämfördes sedan med de scenarion som genererades när all data användes.

En annan aspekt som undersöktes var hur kraftig återgången till ett långsiktigt medel av variablerna var, för att testa detta genererades nya scenarion där utgångsvärdena förändrades.

Här användes all data för att anpassa modellen men startvärdet för alla variabler ändrades. Startvärdena sattes då till de värdena variablerna hade vid första datapunkterna 2010. Dessa nya genererade scenarion kunde sedan jämföras med de som användes vid kostnadsberäkningarna.

Trots att utvecklingarna av scenarion inte har som mål att generera en prognos av utvecklingen är det intressant att undersöka var scenarion som skapas placeras i förhållande till faktisk observerad data. För att undersöka detta anpassades modellen till olika delmängder och sedan testades modellen över perioder där det fanns kända utfall, testperioderna var då inte del av den delmängd som modellen anpassades till.

VI. RESULTAT

I denna sektion kommer först resultaten från genereringen av scenarion och undersökningen av den stokastiska delen presenteras. Sedan kommer resultaten från kostnadsberäkningarna visas och hur de olika riskfaktorerna påverkar kostnaderna och risken.

A. Scenariogenerering

I denna delen av resultaten kommer främst utvecklingar av den nominella räntekurvan presenteras, men utvecklingar för andra räntekurvor och även utveckling av utländska räntor återfinns i appendix.

Det första som kan vara av intresse är att undersöka hur de parametrar vars utveckling bestämdes, valutakurser och KPI-index ser. Grafer över dessa parametrars utveckling över de olika scenarierna finns i appendix och precis som väntat ser utvecklingarna ut som en randomwalk där de olika kvantilerna utvecklas som $\sqrt{t}$ där t är tiden. I Fig. 8 går det att se hur den nominella räntan utvecklats framåt i tiden i de scenarion som skapats som användes för kostnadsberäkningar. Från figuren framgår det att räntan sjunker något i medel i framtiden och att de scenarion som skapats utvecklas åt olika håll ju längre tiden går. När det kommer till formen på kurvan kan man se i Fig. 9 att spreaden i medel går ner men sedan går uppåt igen, även om det är möjligt att den för vissa scenarion är inverterad under en längre period så är den i medel inte inverterad i de scenarion som skapas.

1) *Känslighet för anpassningsdata:* Hur känslig scenariogenereringen var emot träningsdata går att undersöka genom att jämföra hur utvecklingen av räntekurvorna såg ut beroende på vilken data som användes för att träna modellen. I Fig. 10 går det att se skillnaden i nivå på de olika kurvorna för olika löptider. Samma figur visar även hur stor skillnad det är på storleken på intervallet på räntorna över scenarierna. Det går att se att nivån som räntorna rör sig mot i medel, samt deras utveckling över tiden är ganska lika, med en största differens på 50 baspunkter. Däremot är spridningen lägre för de scenarion som anpassats efter mindre data.

2) *Scenario mot utfall:* Hur faktiskt utfall placerades i förhållande till scenarion som genererats över en viss period finns i Fig. 11. Datat som användes för att anpassa modellen var data mellan 2002-2015. I figuren går det att se att det

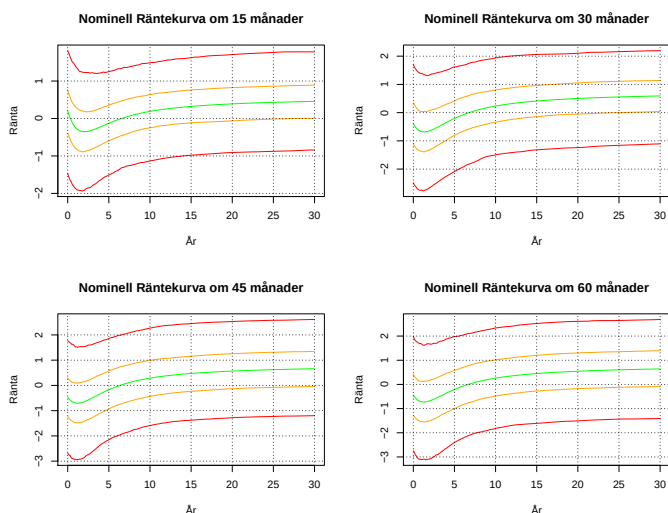


Fig. 8: genererade nominella räntor vid olika tidpunkter, medel i grönt, kvantilerna 0.25 och 0.75 i orange och 0.025 och 0.975 i rött.



Fig. 9: Graf över räntespreaden mellan 3 månader och 10 års räntan i olika scenarion, Medel är grönt, kvantilerna 0.25 och 0.75 i orange och 0.025 och 0.975 i rött.

faktiska utfallet i de tidpunkter som visas ligger nästan nästan hela kurvan inom 95% av de genererade värdena. Det går dock att observera att detsamma inte gäller realräntekurvan, se Appendix. Det går även att se i fig. 12 i vilken percentil de olika variablerna som skapar kurvorna är i, det som visas är vilken percentil det historiska utfallet är i av de variabler som genererats. I figuren framgår att vissa variabler rör sig från ena percentilen till andra över tidsperioden, till exempel β_2 och β_3 för den nominella kurvan. Detta betyder att den rör sig i motsatt riktning mot faktiska utfallet. Liknande kurvor för de implicerade räntorna i utländsk valuta finns i appendix.

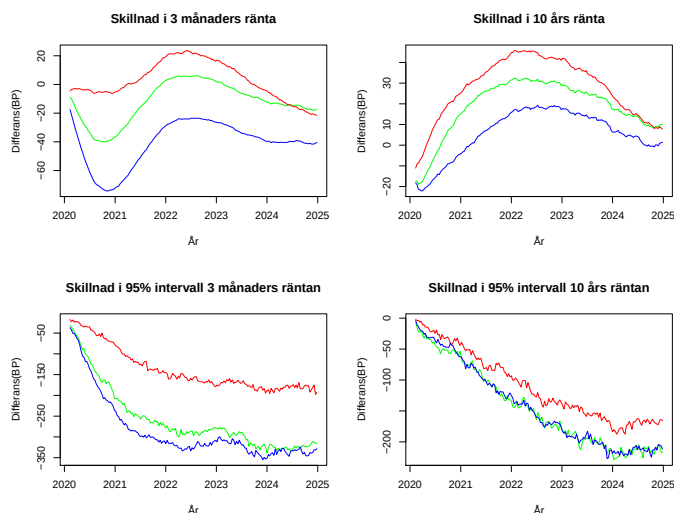


Fig. 10: Skillnaden i scenarion där mindre data använts från de som användes för kostnadsberäkningarna. Skillnaden är angiven i baspunkter. I de två övre graferna ser man skillnaden i räntan i medel och i de två nedre så är skillnaden på storleken i det 95% intervallet. Grön är för den nominella kurvan, röd för reala och blå för STIBOR.

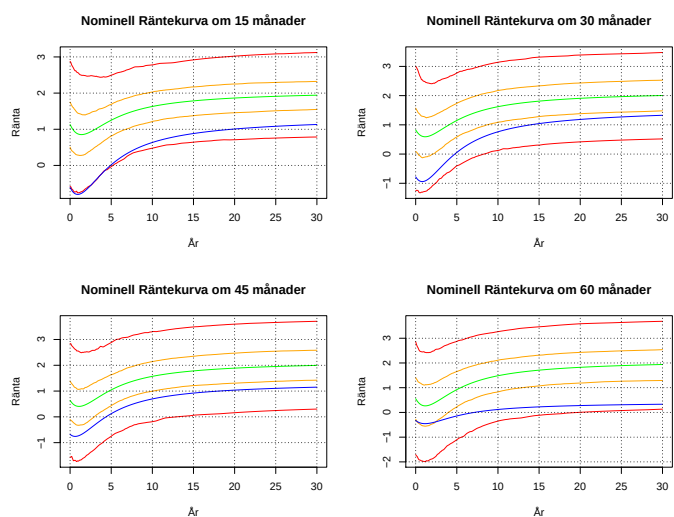


Fig. 11: genererade nominella räntor vid olika tidpunkter med start 2015. Modellen som skapade dessa kurvor är anpassad efter data 2002-2015. Medel i grönt, faktiskt utfall är blått, kvantilerna 0.25 och 0.75 i orange och 0.025 och 0.975 i rött.

3) *Långsiktigt medel:* Det går i Fig. 13 att se hur utvecklingen av räntan vid olika löptider förändra vid ett byte av startvärden på de variabler som genererats. I detta fallet byttes alla variablers värde ut till de värdena de hade i första observationen under 2010. Från figuren går att utläsa att dessa scenarion har något högre spridning för alla räntekurvor, framförallt på 10-års punkten. Det går även att se att en viss skillnad i de värdena som scenarierna går emot i medel, dock

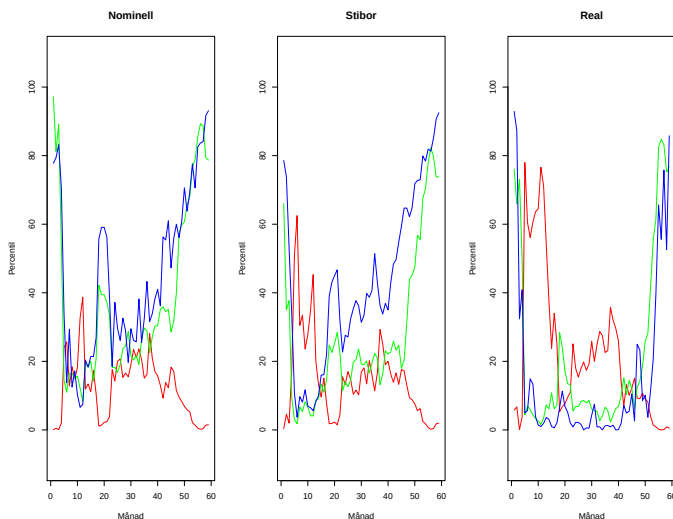


Fig. 12: Grafer över vilken percentil det faktiska utfallet är i av de genererade variablerna. Röd är variabeln β_1 grön är β_2 och blå är β_3 .

kan man se att alla kurvor verkar röra sig emot samma värde i 10-års punkterna som de gjorde i de scenarion som användes vid kostnadsberäkningarna, dock utan att nå det under den 5 års period som genereras.

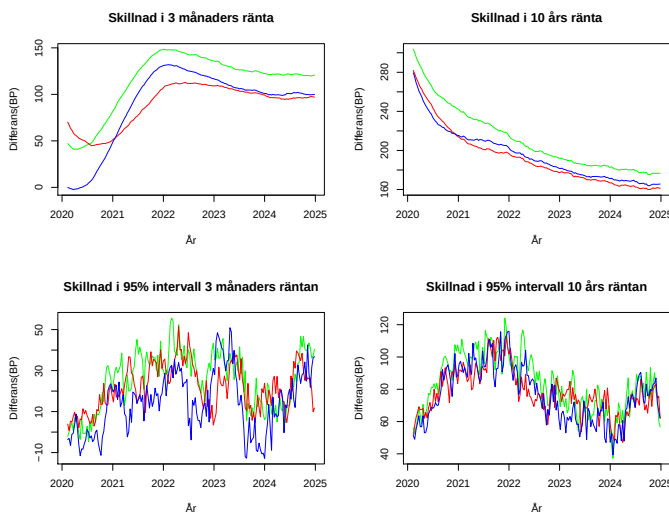


Fig. 13: Skillnaden i scenarion som hade ett annat startvärde från de som användes för kostnadsberäkningarna. Skillnaden är angiven i baspunkter. I de två övre graferna ser man skillnaden i räntan i medel och i de två nedre så är skillnaden på storleken i det 95% intervallet. Grön är för den nominella kurvan, röd för reala och blå för STIBOR.

B. Kostnadsberäkningar

Hur de olika portföljerna presterade över tidsperioden går att se i Fig. 14. De portföljer som ger lägst kostnad för varje

nivå av risk är utmärkta med blått, hur deras fördelning över de olika exponeringarna ser ut går att se i Fig. 15. Kostnaden för varje portfölj beräknades genom att ta den genomsnittliga årskostnaden över perioden delat med den genomsnittliga värdet på skulden för perioden över alla scenarion.

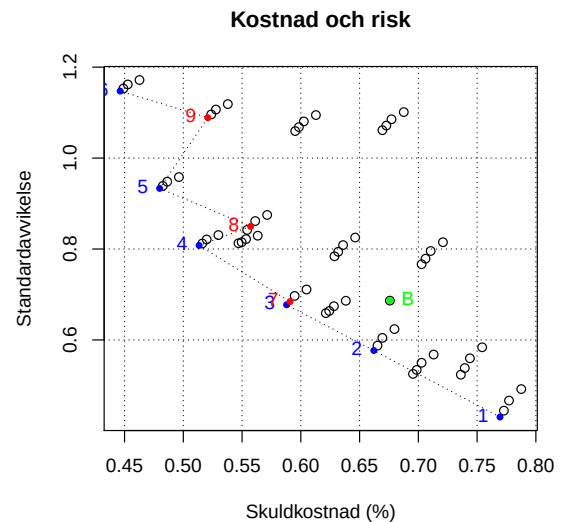


Fig. 14: Kostnaden för de olika portföljerna i förhållande till dess risk, B är standardportföljen, den som inte gör några förändringar.

Portfölj	Kostnad(%)	Risk	Duration(År)	Inflation(%)	Valuta(%)
1	0.769	0.43	5.33	13.3	1.3
2	0.662	0.577	4.3	11.7	7.9
3	0.588	0.677	3.27	11.7	7.9
4	0.513	0.808	2.25	11.7	7.9
5	0.48	0.933	2.24	10.4	13
6	0.446	1.147	2.24	9.4	17.2
B	0.676	0.687	4.59	17.7	10.6

Fig. 15: Tabell över Portföljer

Koefficienterna från den regression som gjordes för att undersöka hur de olika exponeringarna påverkar kostnad och risk går att avläsa i Fig. 16.

	Kostnad	Risk
Duration	7.24	-7.08
Inflation	0.064	0.189
Valuta	- 0.594	0.3049
Justerad R^2	0.997	0.83

Fig. 16: Tabell över koefficienter och justerad R^2 från regression, på kostnad var alla variabler signifikanta på 99% konfidens nivå medans alla förutom inflation var det för risk.

Undersökningen av konvergensen för kostnadsberäkningarna visade att det största standardfelet var 1.64 baspunkter. I figur 17 framgår hur kostnaderna konvergerar beroende på hur många scenarion som portföljen utvärderas på. Samtliga portföljer hade liknande grafer.

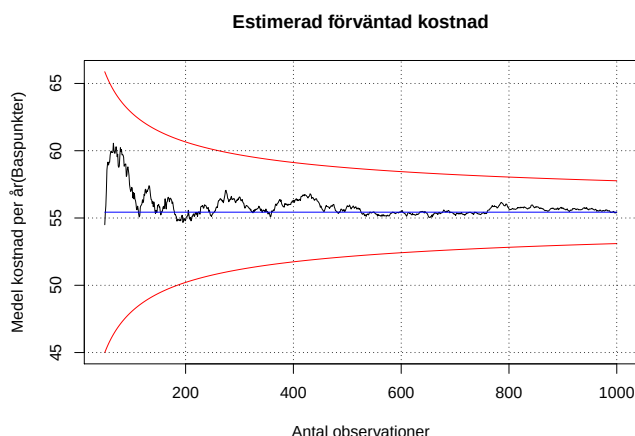


Fig. 17: Förändringen i medelkostnaden för portfölj beroende på hur många scenarion som den utvärderades över. den Blåa linjen är medel kostnaden och de röda linjerna är ett 95% konfidensintervall.

VII. DISKUSSION

A. Stokastiska delen

När det kommer till utvärdering av scenarion så är det svårt att avgöra vad som är realistiskt eller inte. Hade man till exempel gjort något liknande 2012 och genererat scenarion där majoriteten gett negativa räntor hade man förmodligen tolkat det som att det blivit något fel. Historien har dock visat oss att det som tidigare setts som omöjligheter kan inträffa och det går därför inte att säga att utfall som inte setts historiskt är helt orimliga. Det är dock viktigt att förstå hur de scenarion som genererats förhåller sig till historiska utfall för att förstå resultatet som fås av de kostnadsberäkningar som sen görs över dessa scenarion. I Fig. 9 framgår att i majoriteten av de scenarion som genererats har man en nominell kurva som inte är inverterad. Detta leder till att man får kostnadsfördelar i de portföljer som har kortare duration, detta är i linje med de resultat som presenterats av tidigare studier [15].

Från det som visas i Fig. 10 kan man dra slutsatsen att de scenarion som genereras påverkas av datan som används för att anpassa modellen. Att den gör det är väldigt naturligt, men frågan som uppstår är, skulle mer data ge en mer trolig utveckling av variablerna. Men det finns även det som talar för att relativt lite data skapar scenarion som är rimliga. Till exempel visar Fig. 11 och Fig. 12 att variablernas utveckling till stor del ligger inom de scenarion som skapas av modellen även om de i vissa fall går motsatta håll. Detta talar för att de scenarion som genererats håller sig inom rimliga gränser och inte drar iväg och ger räntekurvor vars former eller nivåer är något som skiljer sig markant från det som historiskt är observerat.

Att byta ut startvärden och sedan undersöka de scenarion som genererats vilket gjordes i Fig. 13, visar att kurvorna verkar konvergera mot en viss nivå och form, men att dess nivåer är olika beroende på vilket startvärde som scenariogenereringen

börjar ifrån. Den visar även att de extremvärden som kurvorna antar är begränsade.

B. Determenistiska delen

I Fig. 14 framgår att det finns tydliga skillnader i förväntad kostnad och risk över de olika portföljerna. Ett mönster där man kan få lägre väntad kostnad i utbyte mot högre risk går att observera. Detta är i linje med de resultat som har redovisats av andra som gjort liknande studier [15]. Undersökningen av hur de olika exponeringarna påverkar risk och kostnad visar att högre duration ökar den förväntade kostnaden men sänker risken. Det framgår även att ökad valutaexponering har motsatt effekt, alltså lägre förväntad kostnad, men ökad risk vid ökning. Ökad inflationsexponering visar sig medföra högre kostnad och högre risk. Att inflationsexponeringen innebär ökad risk är förväntat eftersom dess kostnader varierar beroende på inflationsutvecklingen till skillnad från andra lån. Dock visar regressionen att det inte är signifikant, så ett linjärt samband mellan risk och inflation går inte att säkerställa. När det kommer till kostnaden så beror stor del av kostnaden på hur KPI utvecklingen ser ut. Eftersom detta är en av de variabler vars utveckling kontrolleras hade det varit intressant i fortsatta studier att undersöka om en annan metod för att simulera den utvecklingen hade gett ett annat resultat. Något ytterligare som även kan ha inverkan hur inflationen påverkar kostnaden är hur modellen förändrar sin inflationsexponering. Hade ett sätt som liknar det som beskrivs av Belton et al. [15] där man förändrar kommande transaktioner istället för att förändra den initiala portföljen använts hade det varit möjligt att observera andra resultat. Även kostnadsfördelen som uppstår av ökad valutaexponeringen påverkas av det antagandet som görs kring att växelkursernas väntade utveckling är 0. Så även denna utveckling hade varit intressant att undersöka att simulera på annat vis. Vidare är det värt att nämna att de exponeringar och hur dessa påverkar kostnaderna inte går att generalisera utan endast skulle gälla för Riksgälden. En av anledningarna till detta är bland annat att Riksgälden är den enda aktören på den finansiella marknaden som kan låna till den räntan som beskrivs av den nominella räntekurvan. För att undersöka hur andra aktörers exponeringar skulle påverka deras kostnader skulle andra räntekurvor, möjligtvis andra variabler, samt andra exponeringar behöva undersökas.

Det går även att se i Fig. 17 att kostnaden konvergerar med fler scenarion och att den efter 1000 scenarion har ett standardfel som är högst 1.64 baspunkter. Detta ger ett 95% konfidensintervall på ± 3.22 baspunkter eller mindre. Eftersom skillnaden i kostnad mellan de olika portföljerna som beskrivs i Fig. 14 är större än 3.22 baspunkter så kan slutsatsen att 1000 scenarion är tillräckligt för att uppnå säkerhet i resultaten.

C. Användning av modellen

Att analysera resultaten från modellens beräkningar utan att ta hänsyn till hur dessa påverkas av modellens utformning

skulle kunna leda till felaktiga beslut. Framförallt då de kostnadsfördelar som modellen visar uppkommer från ökning av valuta och minskning av inflation till stor del är konsekvenser av de antaganden som görs i utformningen av modellen. Således bör dessa inte ses som resultat att ta i beaktning vid beslutsfattande. Det visas även att hur stor spridningen är över olika scenarion beror på hur mycket data modellen anpassas efter. Vilket i sin tur bidrar till hur stora kostnadsskillnaderna över olika scenarion, alltså risken, blir. Därför kan man inte heller förlita sig på dessa siffrors värde för att bedöma risken i en enskild portfölj till något absolut tal. Däremot kan man använda de för att jämföra riskerna mellan portföljer och det är så modellen bör användas, för att jämföra riskerna i olika portföljer mot varandra. Att använda modellen utan att vara medveten om dess begränsningar skulle kunna få stora samhälleliga konsekvenser då det skulle kunna leda till onödigt stora kostnader för att förvalta statsskulden. Detta är ett något som påverkar samhället i stort eftersom de kostnader som uppstår betalas i slutändan med skattepengar.

D. Fortsatta studier

Utöver det som nämnts ovan som intressant fortsättningsarbete skulle även undersökning av gruppering av de scenarion som genereras kunna vara ett ämne för vidare studier. Detta då flera scenarion som genereras är väldigt lika. Att kunna gruppera dessa och bara evaluera några stycken per grupp och sedan vikta resultaten skulle kunna leda till snabbare simuleringar. Men det skulle även leda till möjligheten att kunna förstå de scenarion som genereras bättre och hur olika portföljer presterar över olika typer av scenarion. Till exempel hade det kunnat ge en möjligheten att undersöka portföljer vid högräntescenarion och hur deras risk skiljer sig åt då.

VIII. SLUTSATS

I den här rapporten har en modell för att undersöka kostnads- och riskfördelar mellan olika skuldstrategier för den svenska statsskulden skapats och sedan använts för att undersöka olika skuldstrategier. Modellen som skapats består av två stycken delar, dels en stokastisk dels en deterministisk. De scenarion som skapats av den stokastiska delen har undersökts och det går att se att de scenarion som genereras uppvisar till stor del samma former som historiska kurvor har gjort. De ligger även på nivåer som setts historiskt. Detta talar för att de scenarion som genererats kan bedömmas vara realistiska. Att de variabler som genereras inte rör sig långt ifrån sitt långsiktiga medel över tid och inte heller går till nivåer som inte har setts historisk är något som också har observerats. Det går också att visa att vissa skuldstrategier är överlägsna andra när det kommer till förväntad kostnad och risk. En annan slutsats som kan dras är att modellen visar upp ett mönster av att det finns en avvägning mellan kostnad och risk, vilket är i linje med tidigare studier. Dessa resultat ska dock analyseras med försiktighet då de till viss del påverkas av utformandet av modellen. Slutligen kan man säga att för att

tolka modellens resultat korrekt så bör man vara införstådd i vilka antaganden som bidrar till de olika kostnadsfördelarna. Man bör även undersöka hur de scenarion som utvecklas ser ut för att säkerställa att dessa är realistiska. Men att om man tar dessa faktorer i hänsyn så kan modellen användas för att undersöka olika skuldstrategier.

IX. FÖRFATTAREN TACKAR

Jag skulle vilja tacka Riksgälden för att jag fick möjlighet att skriva detta arbete där och framförallt vill jag tacka min handledare på Riksgälden, Jörg Hofmeister. Jag vill även tacka Felix Greberg, som har bidragit mycket i detta arbete. Slutligen vill jag tacka min handledare på KTH Joakim Gustafsson som varit till stor hjälp.

REFERENCES

- [1] Emre Balibek and Hamdi Alper Memis. *Turkish treasury simulation model for debt strategy analysis*. The World Bank, 2012.
- [2] Riktlinjer för statsskuldens förvaltning 2020, 2020.
- [3] statistik om sveriges stadsskuld. Available at <https://www.riksdagen.se/sv/statistik/statistik-om-sveriges-statsskuld/riskstyrning-andelar-och-duration/>, (31/3/2020).
- [4] Paul F Cwik. The inverted yield curve and the economic downturn. *New Perspectives on Political Economy*, 1(1):1–37, 2005.
- [5] Charles Nelson and Andrew Siegel. Parsimonious modeling of yield curves for us treasury bills, 1985.
- [6] Francis X Diebold and Canlin Li. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics*, 130(2):337–364, 2006.
- [7] Lars EO Svensson. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. Technical report, National bureau of economic research, 1994.
- [8] Oldrich Vasicek. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2):177–188, 1977.
- [9] Multivariate mean reversion. Available at <https://www.arpm.co/lab/multiv-ornstein-uhlenbeck.html> (3/4/2020).
- [10] Bernhard Pfaff. Var, svar and svec models: Implementation within R package vars. *Journal of Statistical Software*, 27(4), 2008.
- [11] Rapport: Sveriges statsskuld februari 2020., 2020.
- [12] Konsumentprisindex. Available at <https://www.scb.se/hitta-statistik/statistik-efter-amne/priser-och-konsumtion/konsumentprisindex/konsumentprisindex-kpi/>, (31/3/2020).
- [13] Masaaki Fujii, Yasufumi Shimada, and Akihiko Takahashi. A note on construction of multiple swap curves with and without collateral. 2010.
- [14] G.W. Buetow and F.J. Fabozzi. *Valuation of Interest Rate Swaps and Swaptions*. Frank J. Fabozzi Series. Wiley, 2000.
- [15] Terry Belton, Kristopher Dawsey, David Greenlaw, Huachen Li, Srini Ramaswamy, and Brian Sack. Optimizing the maturity structure of us treasury debt: A model-based framework. Technical report, Hutchins Center Working Paper 46, 2018.
- [16] Massimiliano Adamo, Anna Lisa Amadori, Massimo Bernaschi, Claudia La Chioma, Alessia Marigo, Benedetto Piccoli, Simone Sbaraglia, Adamo Ubaldi, Davide Vergni, Paola Fabbri, et al. Optimal strategies for the issuances of public debt securities. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 7(07):805–822, 2004.
- [17] David Jamieson Bolder and Simon Deeley. The canadian debt-strategy model: An overview of the principal elements. Technical report, Bank of Canada Discussion Paper, 2011.
- [18] Manfred Gilli, Stefan Große, and Enrico Schumann. Calibrating the nelson-siegel-svensson model. Available at SSRN 1676747, 2010.
- [19] Yangru Wu and Hua Zhang. Mean reversion in interest rates: New evidence from a panel of oecd countries. *Journal of Money, Credit and Banking*, 28(4):604–621, 1996.
- [20] Robert B Cleveland, William S Cleveland, Jean E McRae, and Irma Terpenning. Stl: A seasonal-trend decomposition. *Journal of official statistics*, 6(1):3–73, 1990.
- [21] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019.

- [22] Svenska riksbankens inflationsmål. Available at <https://www.riksbank.se/sv/penningpolitik/inflationsmalet/>, (23/4/2020).
- [23] Richard A Meese and Kenneth Rogoff. Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample? *Journal of international economics*, 14(1-2):3–24, 1983.

X. APPENDIX

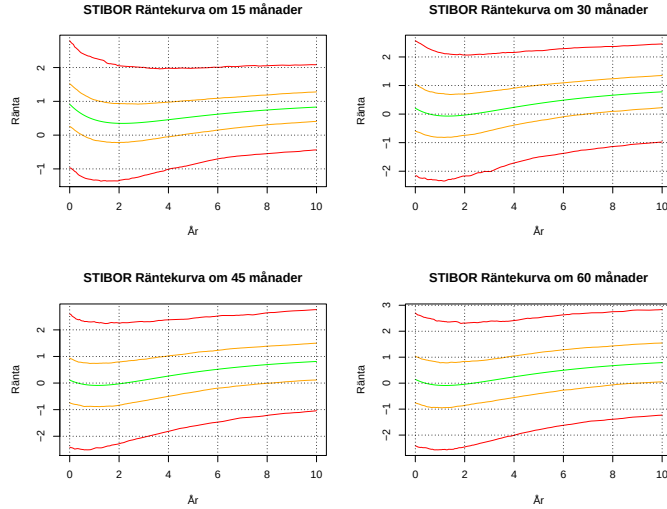


Fig. 18: Stiborkurvor som användes vid kostnadsberäkningar

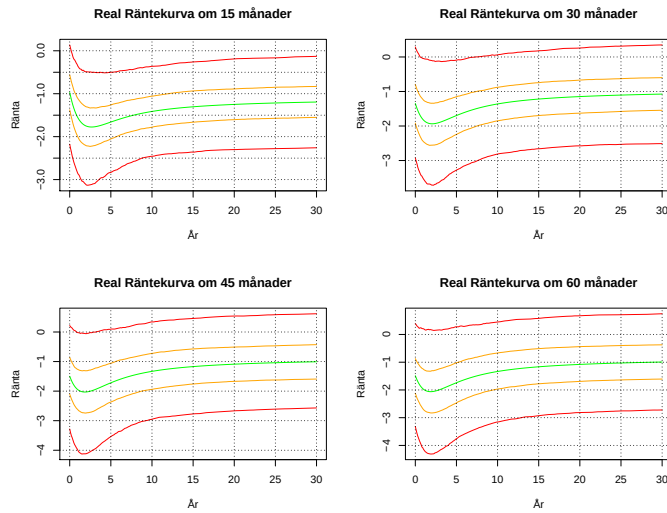


Fig. 19: Realkurvor som användes vid kostnadsberäkningar

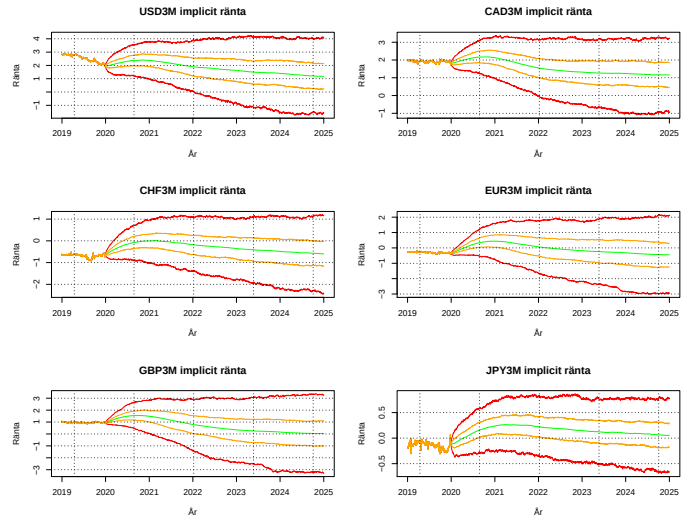


Fig. 20: Implicerade utländska räntor som användes vid kostnadsberäkningar

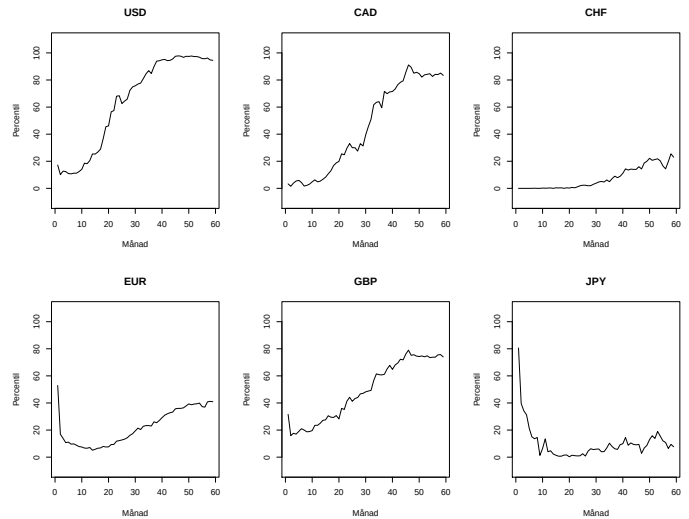


Fig. 21: grafer som visar vilken percentil utfallet var i för scenarion genererade från 2015

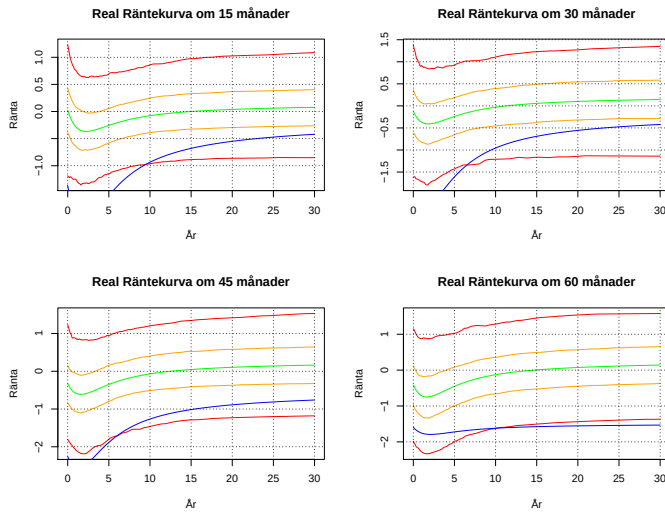


Fig. 22: grafer realkurvor för scenarion genererade från 2015, blå är faktiskt utfall

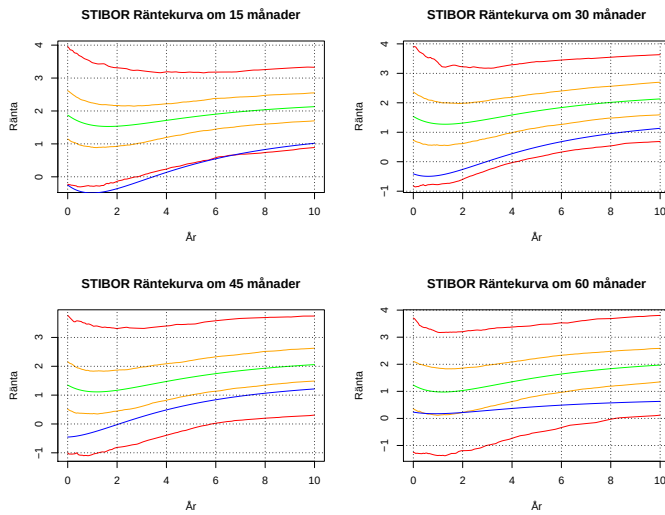


Fig. 23: grafer STIBOR kurvor i för scenarion genererade från 2015, blå är faktiskt utfall

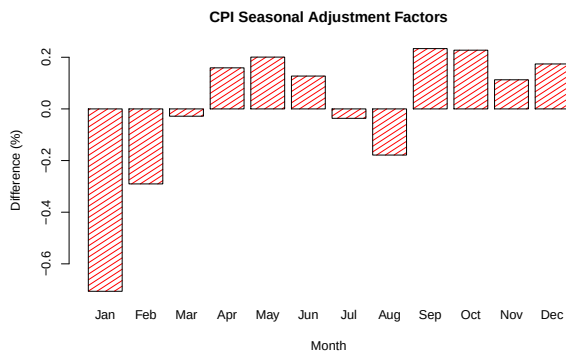


Fig. 24: Säsongsfaktorer för justering av KPI