



EXAMENSARBETE INOM TEKNIK OCH LÄRANDE,
AVANCERAD NIVÅ, 30 HP
STOCKHOLM, SVERIGE 2021

Att planera för avritualisering vid undervisning med GeoGebra

Design av en lärarhandledning som stödjer det kompensatoriska uppdraget i matematikundervisningen

Ida Fantenberg Niklasson

Nelly Wannberg

Att planera för avritualisering vid undervisning med GeoGebra

Design av en lärarhandledning som stödjer det kompensatoriska uppdraget i matematikundervisningen

Ida Fantenberg Niklasson

Nelly Wannberg

**EXAMENSARBETE INOM TEKNIK OCH LÄRANDE PÅ
PROGRAMMET CIVILINGENJÖR OCH LÄRARE**

Titel på svenska: Att planera för avritualisering vid undervisning med GeoGebra.

Titel på engelska: Planning for de-ritualization when teaching with GeoGebra.

Handledare: Cecilia Kozma, Vetenskapens Hus, KTH Kungliga Tekniska högskolan.

Handledare: Lisa Österling, Stockholms universitet.

Examinator: Tanja Kramer Nymark, Vetenskapens Hus, KTH Kungliga Tekniska högskolan.

Sammanfattning

I och med en snabb utveckling av ett digitaliserat samhälle behöver skolan ständigt anpassa sig efter nya förutsättningar. Regeringens beslut att införa en nationell digitaliseringsstrategi i skolan innefattade att genom användning av digitala verktyg i skolan främja elevers kunskapsutveckling. Detta examensarbete genomfördes inom K-ULF-projektet, ett praktisknära samarbete mellan huvudmän, lärare och forskare, för att utveckla och undersöka användningen av digitala verktyg i matematikundervisningen. Syftet var att, genom ett praktisknära samarbete med lärare, utveckla en utbildande lärarhandledning. Lärarhandledningen designades för att stötta lärarnas planering av undervisning med det digitala verktyget GeoGebra, sådant att lärarna kan ge alla elever möjligheten att delta.

Designen av lärarhandledningen genomfördes med stöd i designbaserad forskning. Det kompensatoriska uppdraget tolkades som att alla elever ska ges en möjlighet att gå från ritualiserat, imitativt lärande till utforskande, flexibelt lärande, genom en avritualisering. Detta operationaliserades i lärarhandledningen som att läraren planerar för att ställa avritualiserande frågor. Utveckling och undersökning skedde i tre cykler av att först designa lärarhandledningen och sedan utvärdera den. I första cykeln genomfördes intervjuer med lärare för att bilda en uppfattning om vad lärarna behövde för stöd, därefter designades en första prototyp som sedan utvärderades med hjälp av undersökning i en fokusgruppsintervju. I andra cykeln uppdaterades lärarhandledningen, varefter den återigen undersöktes i fokusgrupper. I tredje cykeln uppdaterades lärarhandledningen en sista gång. Det insamlade datamaterialet i intervjuundersökningarna bestod av videoinspelningar som transkriberades och analyserades med tematisk analys.

Lärarna upplevde att de behövde stöd som gav säkerhet i användningen av GeoGebra, som inte var tidskrävande att använda och som underlättade planeringen för att eleverna ska arbeta utforskande. Resultatet bestod av den utvecklade lärarhandledningen, som innehöll ett lättöverskådligt flödesschema för planering, för att inte vara tidskrävande. Flödesschemat innehöll planeringsstöd för att ställa avritualiserande frågor i en uppgift. Undersökningen i fokusgrupper visade att lärarna upplevde att lärarhandledningen kunde ge stöd samt att materialet var lättöverskådligt. Det konstaterades dock att det skulle vara lite tidskrävande att använda lärarhandledningen första gångerna. Lärarna upplevde vidare att det kunde vara svårt att skapa en uppgift som alla elever klarar av att slutföra. Undersökningen visade dock att detta kunde hanteras genom att ställa ritualiserade frågor i början av uppgifterna samt genom att anpassa arbetssättet i klassrummet.

Nyckelord: Designbaserad forskning, Avritualisering, GeoGebra, Utbildande lärarhandledning, Kompensatoriskt uppdrag.

Abstract

With the rapid development of digitalization in society, the school system must be adapted to new conditions. The national digitalization strategy from the Swedish government included promotion of the development of students' knowledge using digital tools in education. This master thesis was carried out within the K-ULF project, which is a collaboration between municipality organisers, teachers, and researchers, to investigate the use of digital tools in mathematics teaching. The purpose was to develop an educative curriculum material, in the form of a teacher guide, through practical collaboration with teachers. The teacher guide was designed to support teachers in planning for the use of the digital tool GeoGebra, so that all students have the opportunity to participate.

The design of the teacher guide was carried out through design-based research. Furthermore, compensatory teaching was considered in the design. It was interpreted as giving all students an opportunity to go from ritualized, imitative learning to exploratory, flexible learning, through de-ritualization. This was operationalized in the teacher guide as planning to ask de-ritualizing questions. Development and research were carried out in three cycles of design and evaluation. In the first cycle, teachers were interviewed about what support they needed, then a first prototype was designed, which was then evaluated in a focus group interview. In the second cycle, the teacher guide was updated, after which it was examined in focus groups, again. In the third cycle, the teacher guide was updated one last time. The data collected in the interviews consisted of video recordings that were transcribed and analysed with thematic analysis.

The teachers experienced that they needed support which, firstly, provided confidence in the use of GeoGebra, secondly, was not time-consuming to use, and thirdly, helped the students in de-ritualization. The result consisted of the developed teacher guide which, to be timesaving, contained an easy-to-understand flow chart for planning. The flowchart included support for planning to ask de-ritualizing questions in a task. Evaluation, in the focus groups, indicated that the teacher guide could provide support and that it was easy to understand. However, it was also found that it might be time consuming to use the teacher guide the first few times. The teachers further experienced that it was difficult to create tasks that all students would be able to complete. However, the focus groups also showed that the teachers compensated for this by starting the tasks with ritualized questions and by adapting the student group structure in the classroom.

Keywords: Design-Based Research, De-ritualization, GeoGebra, Educative curriculum materials, Compensatory teaching.

Förord

Plötsligt har vi nått slutet av vår tid på KTH, och det är dags att ta farväl av studierna. Vi är tacksamma för alla nya vänner vi har fått under studietiden, som har hjälpt oss att orka prestera, och att göra studierna både roligare och lättare. Att ta examen är inte något man gör helt på egen hand. Vi är också tacksamma för de erfarenheter vi har fått genom studentengagemang i kåren och på sektionen. Studietiden hade inte varit lika givande utan alla fina människor vi har lärt känna.

Vi tackar också våra familjer, som har gett oss mycket stöd när studierna känts extra tunga. Tack för att ni har stått ut med julleligheter fyllda av tentaplugg, och sena kvällar av rapportskrivande.

Vi vill även varmt tacka våra handledare, Cecilia Kozma och Lisa Österling, för många peppande samtal och feedback under examensarbetets gång. Den positiva energin som ni har gett oss genom mail och möten har varit viktig för att driva arbetet framåt. Det har också varit både intressant och lärorikt att vara en del av K-ULF-projektet, där vi har fått värdefulla erfarenheter och intressanta utbyten med både lärare och forskare. Vi riktar ett extra tack till de lärare och lärarstudenter som ställt upp och deltagit i examensarbetet. Slutligen vill vi även tacka vår examinator Tanja Kramer Nymark för snabb och tydlig feedback, som förbättrat arbetet in i det sista.

Trevlig läsning!

*Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg
Stockholm, december 2021*

Innehåll

1 Inledning.....	10
1.1 Syfte.....	12
1.2 Övergripande frågeställningar	12
1.3 Avgränsningar	12
1.4 Centrala begrepp.....	13
2 Bakgrund.....	15
2.1 Det kompensatoriska uppdraget	15
2.2 GeoGebra.....	16
3 Teoretiskt ramverk.....	18
3.1 Designbaserad forskning	18
3.1.1 En modell för DBR.....	19
3.2 Lärarhandledningar.....	20
3.3 Kommognition, lärande och rutiner.....	22
3.3.1 Att gå från ritual till utforskande	23
3.3.2 Kommognition och det kompensatoriska uppdraget	25
4 Metodologi.....	27
4.1 Övergripande metod för DBR	27
4.2 Datainsamlingsmetoder	28
4.2.1 Semistrukturerad intervju	30
4.2.2 Fokusgruppsamtal	31
4.3 Dataanalys	34
4.4 Forskningsetik - samtycke	36
5 Designprocessen: Resultat	38
5.1 Första cykeln	38
5.1.1 Frågeställningar	39
5.1.2 Fas 1 – Förstudie.....	39
5.1.3 Fas 2 – Prototyp 1	45
5.1.4 Fas 3 – En första fokusgrupp.....	48
5.2 Andra cykeln	55
5.2.1 Frågeställningar	55
5.2.2 Fas 4 – Omarbetning	56
5.2.3 Fas 5 – Prototyp 2	57
5.2.4 Fas 6 – Fokusgrupper.....	58
5.3 Tredje cykeln	68
5.3.1 Frågeställningar	68
5.3.2 Fas 7 – Omarbetning	68
5.3.3 Fas 8 – Prototyp 3	69
6 Slutsatser	71
7 Diskussion.....	72
7.1 Utveckling av lärarhandledningen.....	72
7.2 Bidrag till forskningen.....	73
7.3 Metod- och etikediskussion.....	74

7.3.1 Generaliserbarhet.....	74
7.3.2 Urval och partiskhet	75
7.3.3 Genomförandet av datainsamlingen.....	76
7.3.4 Tidsbegränsning.....	76
7.4 Vidare forskning.....	77
8 Referenser.....	78
9 Bilagor	82

1 Inledning

I en värld som ständigt förändras är det viktigt att skolan följer de förändringar som sker, för att eleverna ska få användbar och relevant kunskap genom sin utbildning. I och med en ökande digitalisering i samhället, och regeringens beslut om att sätta upp en nationell digitaliseringsstrategi för skolväsendet år 2017, uppdaterades gymnasieskolans läroplan år 2018 för att anpassas till den ökande digitaliseringen (Skolverket, 2021). Målet med förändringarna var dels att eleverna ska få en hög digital kompetens, dels att främja kunskapsutveckling och likvärdighet. Fokus för dessa mål ligger bland annat på likvärdig tillgång och användning av digitala verktyg, samt forskning och uppföljning kring möjligheterna med digitalisering (Skolverket, 2021).

Dessa förändringar görs för att utbildningen ska hålla hög kvalitet, vilket ligger i direkt linje med de globala hållbarhetsmålen. *God utbildning för alla* är ett av dessa mål, under vilket det konstateras att "inkluderande utbildning av god kvalitet för alla är en av de viktigaste grunderna för välbefinnande, hälsa och jämställdhet i varje samhälle" (United Nations Development Programme [UNDP], 2021a). UNDP (2021b) har också ett mål för *Minskad ojämlikhet* vilket bygger på att ingen person ska lämnas utanför i utvecklingen. En kombination av dessa mål ger en slutsats om att hållbarhet i skolan innebär en utbildning som är anpassad för att vara av god kvalitet, och inte lämnar någon elev utanför, oavsett vilka förutsättningar varje individ har.

Anpassningen till olika elevers förutsättningar, och inkludering av alla elever i undervisningen, ingår i gymnasieskolans kompensatoriska uppdrag (Skolverket, u.å.a). Skolinspektionen granskar hur väl skolan uppfyller detta uppdrag, med avstamp i att alla lika rätt till en bra utbildning och en trygg miljö (Skolinspektionen, 2021). I en nyligen genomförd undersökning av hur enskilda huvudmän styr det kompensatoriska uppdraget i skolan fann Skolinspektionen (2021) att huvudmän ofta satte in generella insatser, snarare än att göra anpassningar efter individuella förutsättningar hos elever. Detta gällde framför allt matematikundervisningen, som fick mycket fokus. Generella insatser leder till att elever i många fall inte får tillräckligt stöd, och att skolan misslyckas med det kompensatoriska uppdraget på skolenivå. Detta väcker en fråga om hur läraren kan göra insatser i matematiken, på klass- och individnivå, för att leva upp till det kompensatoriska uppdraget genom stöttning av eleverna i matematikundervisningen. Hur kan läraren arbeta för att möjliggöra deltagande för alla elever?

Projektet Kompensatorisk Undervisning för Lärande och Forskning ([K-ULF], 2021) är ett samarbete mellan huvudmän, lärosäten och skolor som syftar att skapa förutsättningar för praktisknära forskning inom utbildning. Projektet är särskilt inriktat på det kompensatoriska uppdraget inom (a) digitalisering, (b) skillnader i resultat mellan pojkar och flickor och (c) språkutvecklande arbete i praktiskt arbete inom STEM-ämnena (K-ULF, 2021). Detta examensarbete sker inom K-ULF-projektet, i

samarbete med forskare och skolor, för att göra praktiska, kompensatoriska insatser i skolan med ett specifikt fokus på digitalisering av matematikundervisningen.

I ämnesplanen för matematik i gymnasieskolan står att ”I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem samt fördjupa sitt matematikkunnande och utvidga de områden där matematikkundandet kan användas.” (Skolverket, u.å.b). I olika syften används inom matematikundervisningen en uppsjö av digitala verktyg, inkluderat lärplattformar, miniräknare, grafitande verktyg, symbolhanterande räknare och dynamiska verktyg för geometri. Ett verktyg som kombinerar verktyg för bland annat geometri, symbolhantering, algebra och analys är GeoGebra (GeoGebra, u.å.). Med sina många användningsområden, och särskilt användbarheten vid problemlösning, är GeoGebra lämpat för användning i en stor del av matematikundervisningen i samtliga matematikkurser på gymnasiet. Det gör GeoGebra till ett intressant verktyg att använda för att utveckla matematikundervisningen med hjälp av digitala verktyg.

Baserat på Skolverkets (u.å.b) mål om att använda digitala verktyg för problemlösning och för att fördjupa matematikkundandet används därmed GeoGebra i detta arbete för att försöka utveckla matematikundervisningen så att samtliga elever har möjlighet att lära sig matematik. Den fråga som väcks är hur en intervention riktad mot användningen av GeoGebra kan stötta lärarnas undervisning och gynna elevernas lärande. Med en intervention menas här något som implementeras i elevernas eller lärarnas arbete för att lösa ett eller flera problem i undervisningen. Det kan till exempel röra sig om ett material som eleverna ska använda eller workshopmaterial för lärare (Huang et al., 2019).

Lärande, i sin tur, är ett begrepp med många definitioner. Detta arbete utgår från Sfards (2007) teori om kognition. Ur ett kognitivt perspektiv på lärande ses kunskap som tillgång till och deltagande i kommunikation inom den matematiska diskursen (Sfard, 2007). Målet med undervisningen är då diskursivt lärande, det vill säga att eleverna får tillgång till diskursen och förändrar sin användning av begrepp och rutiner inom diskursen (Sfard, 2007). Diskursiva rutiner, det vill säga upprepade mönster i kommunikationen, utgör fokus när lärandet ytterligare ramar in till att definieras av en avritualisering av rutinerna (Lavie et al., 2019). Avritualisering, enligt Lavie et al. (2019) innebär att elevernas procedurer vid utförande av en uppgift går från att vara imitativa och processfokuserade till att vara utforskande och drivna av eleven själv. Med andra ord gynnas elevernas lärande om undervisningen bidrar till att eleverna avritualiserar sina rutiner inom den matematiska diskursen.

Denna övergripande beskrivning av digitaliseringens betydelse för hållbarhetsmålen och hur matematikundervisningen kan förändras med hjälp av digitala verktyg mynnar ut i detta arbets syfte och övergripande frågeställningar.

1.1 Syfte

Syftet med examensarbetet är, för det första, att utveckla en intervention riktad till matematiklärare på gymnasiet, vilken stöttar lärarens kompensatoriska uppdrag i undervisningen med GeoGebra. För det andra syftar arbetet även till att undersöka hur lärarna kan planera för avritualisering med hjälp av interventionen, och hur de upplever att interventionen stöttar det kompensatoriska uppdraget. Utveckling och undersökning sker i samverkan med aktiva lärare, för att bidra till praktisknära forskning.

1.2 Övergripande frågeställningar

Följande frågeställningar har som syfte att styra arbetet, och målet är att besvara dem för att på så sätt möta syftet:

- *Hur kan en praktisknära intervention designas för att stödja lärares undervisning med GeoGebra och arbetet med kompensatoriska uppdraget?*
- *Hur kan lärare planera för avritualiserande aktiviteter i GeoGebra som stöttar det kompensatoriska uppdraget?*

Frågeställningarna relaterar till varandra, eftersom utvecklingen av interventionen sker i flera steg i en designprocess. De besvaras därför kontinuerligt i designprocessen och svaren uppdateras allt eftersom nya data tillförs i processen. I designprocessen formuleras också nya frågeställningar allteftersom arbetet fortskrider, för att förtydliga arbetsgången. Dessa är dock alltid kopplade till de övergripande frågeställningarna, och förklaras tydligt i avsnittet *Designprocessen: Resultat*.

1.3 Avgränsningar

Vid utvecklingen av interventionen tas lärares och lärarstudenters åsikter i beaktning eftersom den designas för att stötta lärarnas arbete. Arbetet avgränsas till att gälla ett litet urval av behov som lärarna har, vilka bestäms genom förstudien. Vidare smalnas detta examensarbete av till att gälla lärares planering av lektioner, och inga försök görs att djupare undersöka genomförande eller utvärdering av lektioner. Detta leder vidare till att arbetet är avgränsat till utveckling och undersökning tillsammans med lärare, helt utan elevkontakt eller testning i samband med genomförande av lektioner.

Eftersom arbetet indirekt behandlar elevers lärande, men inga undersökningar görs i klassrummet, krävs ett grundantagande om att avritualisering leder till ett ökat matematikkunnande. Arbetet utgår från att om eleverna engageras i avritualisering tillgängliggörs den matematiska diskursen för eleverna, vilket leder till deltagande i kommunikationen och därmed lärande. Undersökningen innefattar i stället att

utvärdera huruvida samtliga elever, enligt lärares och lärarstudenters egna uppfattningar och planering med hjälp av interventionen, kan engageras i avritualisering.

Vidare, som formulerat i de övergripande frågeställningarna, involveras enbart det digitala verktyget GeoGebra i arbetet. Det finns flera andra verktyg som kunde vara lämpliga, men för att tydligt avgränsa arbetet valdes GeoGebra. I avsnittet *Bakgrund* presenteras en motivering av detta val, samt tidigare forskning om GeoGebra i matematikundervisningen.

Det noteras också att det kompensatoriska uppdraget är ett brett begrepp och att det behöver en tydlig definition, som ramar in vad det är inom ramarna för detta arbete. Det kompensatoriska uppdraget avgränsades till att gälla att läraren bör planera undervisningen på ett sätt som ger alla elever möjlighet att ta steg mot avritualisering. En beskrivning av det kompensatoriska uppdraget och hur det avgränsas ges vidare i avsnittet *Bakgrund* samt under rubriken *Kommognition och det kompensatoriska uppdraget*.

1.4 Centrala begrepp

Nedan följer en lista över begrepp som är centrala i arbetet, med en kort definition eller förklaring. Begreppen förklaras utförligare i resterande delar av rapporten men detta avsnitt kan användas som en ordlista för att påminnas om vad begreppen betyder.

Avritualisering - Den process som sker när eleven går från ritualiserat lärande till utforskande lärande. Det innebär, bland annat, att kommunikationen inom den matematiska diskursen går från att vara imitativ till att vara flexibel och driven av eleven (Lavie et al., 2019).

Avritualiseringssteg - Olika typer av steg en elev kan ta för att gå från ritual till utforskande (Lavie et al., 2019).

Designbaserad forskning - En forskningsmetod för utveckling av interventioner, som bygger på en iterativ designprocess. Metoden lämpar sig för forskning inom skolan (Huang et al., 2019).

Digitala verktyg - I detta arbete används ordet digitala verktyg för att beskriva digitala hjälpmedel som används vid räkning och problemlösning inom matematikämnet. Till exempel involverar det miniräknare, grafitande verktyg och symbolhanterande verktyg.

Intervention - Med en intervention menas en designad produkt som på något sätt implementeras i undervisningen för att hantera ett praktisknära problem (Huang et al., 2019).

Kommognition - Ett matematikdidaktiskt ramverk där tänkande och deltagande betraktas som kommunikation, med andra eller sig själv. Lärande definieras av att få tillgång till och individualisera den matematiska diskursen (Sfard, 2007).

Kompensatoriska uppdraget - Alla elever ska ges förutsättningarna att utvecklas så långt som möjligt, enligt Skollagen (2010, kap.1, 4§). I detta arbete innebär det kompensatoriska uppdraget att läraren planerar för att alla elever ska ges möjlighet till avritualisering.

Matematisk diskurs - Den ämnesspecifika kommunikation som definierar matematiken (Sfard, 2007).

Pedagogisk designkapacitet - Lärarens förmåga att tolka samt använda sina existerande resurser för att skapa uppgifter till eleverna (Remillard, 2005).

Repertoar - En lärares repertoar består av dennes pedagogiska kunskapsbas, delvis kunskap om hur uppgifter till elever kan skapas, och delvis motiveringar till hur uppgifterna kan skapas (Davis & Krajcik, 2005).

Rutin - Ett handlingsmönster som genereras av repetition. Inom matematiken innebär en rutin en specifik uppgiftssituation i kombination med den procedur som används för att lösa den sortens uppgift (Lavie et al., 2019).

Utbildande lärarhandledning - En lärarhandledning med syfte att främja både lärare och elevers lärande (Davis & Krajcik, 2005).

2 Bakgrund

Följande avsnitt behandlar beskrivningar av GeoGebra och det kompensatoriska uppdraget, vilket inkluderar tidigare forskning som ligger till grund för examensarbetet. Här lyfts viktig information som är utgångspunkt för detta arbete.

2.1 Det kompensatoriska uppdraget

Den svenska skolan har ett kompensatoriskt uppdrag vilket uttrycks i Skollagen enligt nedan:

I utbildningen ska hänsyn tas till barns och elevers olika behov. Barn och elever ska ges stöd och stimulans så att de utvecklas så långt som möjligt. En strävan ska vara att uppväga skillnader i barnens och elevernas förutsättningar att tillgodogöra sig utbildningen. (Skollagen, 2010, kap.1, 4§)

Det kompensatoriska uppdraget innefattar att alla elever ska ges förutsättningarna att nå målen med utbildningen (Skolverket, u.å.a). Lärarna ska ge eleverna stöd i att utvecklas i undervisningen och på gymnasienivå, uppnå kursens kunskapskrav för att bli godkänd på utbildningen. Det innebär då att lärarna behöver anpassa de uppgifter och problem som eleverna ska utföra och lösa, för att ge alla elever förutsättningar att nå kunskapsmålen.

Lambert (2015) påvisar att elever kan nekas möjlighet till lärande på grund av att de ges etiketter utifrån sina inlärningssvårigheter, och deras olika förutsättningar. En etikett kan, till exempel, innebära att eleven klassificeras som "svag" eller som en "A-elev". Denna typ av etiketter kommer medvetet exkluderas i detta arbete, även om det i datainsamlingen kan förekomma att etiketter används av intervjudeltagare. Definitionen av det kompensatoriska uppdraget i detta arbete utgår därmed från att anpassa undervisningen till alla elever, utifrån deras olika kunskapsnivåer. På så sätt lyfts inte heller specialpedagogiska aspekter av det kompensatoriska uppdraget, utan fokus riktas mot att inte neka elever möjlighet till lärande på grund av etiketter.

Vad gäller matematikundervisningen för elever med inlärningssvårigheter tenderar fokuset att ligga på enklare instruktioner och på mer grundläggande kunskaper. Betydligt mindre fokus läggs på konceptuell förståelse och problemlösning, som är stora fokus för elever utan inlärningssvårigheter (Lambert, 2015). Detta skapar en problematik i det kompensatoriska uppdraget då elever oavsett förutsättningar ska ges möjlighet till arbete med problemlösning, speciellt då problemlösning ingår i de centrala innehållen för gymnasiets samtliga matematikkurser (Skolverket, u.å.b). Den konceptuella förståelsen är även viktig för att kunna delta i den matematiska diskursen.

I detta arbete kommer det alltså inte läggas fokus på den specialpedagogiska aspekten inom det kompensatoriska uppdraget. Däremot kommer det kompensatoriska

uppgdraget vidare definieras inom ramen för kognition i avsnittet 3.3.2 *Kognition och det kompensatoriska uppgdraget*.

2.2 GeoGebra

GeoGebra valdes som digitalt verktyg att studera. Av möjliga, lämpliga digitala verktyg valdes GeoGebra ut på grund av sina många funktioner, sitt bibliotek av färdiga aktiviteter samt att det genomförts flera forskningsstudier tidigare på verktyget, vilka kunde ligga till grund för arbetet. Till att börja med beskrivs GeoGebra, varefter en sammanfattning följer av ett par tidigare forskningsstudier om GeoGebra i matematikundervisningen och dess relevans för detta arbete.

GeoGebra är ett digitalt verktyg, som är gratis och tillgängligt via internet (GeoGebra, u.å.). Bland annat kan det interaktiva och dynamiska verktyget användas till miniräknare, grafräknare, symbolhanterande räknare, kalkylblad och ritverktyg inom till exempel geometri, algebra, analys och statistik. Utöver detta finns på deras hemsida också ett stort bibliotek av *aktiviteter* under fliken *klassrumsresurser* (eng. materials). Aktiviteterna finns sorterade efter ämnen som geometri, analys och trigonometri, och är tillgängliga för vem som helst att använda (GeoGebra, u.å.). Med sitt stora antal användningsområden och applicerbarhet i stora delar av gymnasimatematiken lämpar sig GeoGebra för en utvidgad användning i matematikundervisningen.

Det har gjorts flera forskningsstudier som visar på hur GeoGebra kan användas i matematikundervisningen för att stötta elevernas lärande. Granberg och Olsson (2015) skriver att GeoGebra kan stödja elevernas samarbete och kreativa resonemang, genom att applikationen blir en delad arbetsyta. Genom att interagera med klasskamrater och GeoGebra kan därmed användandet av imitativt resonemang minska. Forskningen bygger på Lithners (2008) ramverk, där "imitativt" och "kreativt" blir antonymer i ett försök att skilja på resonemang som är memorerade eller rent algoritmiska och resonemang som är flexibla och konceptuellt grundade. Vid kreativt resonemang skapas eller återskapas en lösningsstrategi när problemet ska lösas, och resonemanget innefattar argument för varför lösningsstrategin är lyckad eller mindre lyckad (Granberg & Olsson, 2015). Detta arbete bygger vidare på detta genom att lyfta hur GeoGebra kan användas för att alla elever ska kunna ta steg bort från det imitativa resonemanget.

En annan intressant studie genomförd av Häikiöniemi (2017) beskriver hur olika typer av frågor, som kräver en förklaring som svar, ställs av praktiserande lärarstudenter till deras elever, beroende på om lärarstudenten undervisar med eller utan GeoGebra. Resultatet visade på en kategorisering av frågor, där den förklaring som frågan kräver av eleven kan vara inriktad på till exempel metod, resonemang, orsakssamband, betydelse eller argumentation. Att förklara metoden kan ses som en

procedurell fråga medan övriga nämnda kategorier är mer konceptuella frågor. Skillnaden i frågor mellan lektioner med och utan GeoGebra var marginell, men studien lyfter ett sätt att sortera de frågor som läraren ställer till eleverna. Den lyfter även att sättet frågan ställs på implicerar att förklaringens innehåll kommer bli procedurell eller konceptuell (Hähkiöniemi, 2017). Den fråga som detta resultat väcker är huruvida en noggrann planering av frågor att ställa till eleverna när de arbetar med GeoGebra kan bidra till ett mer konceptuellt fokus. Detta kan kopplas till Granberg och Olssons (2015) resultat där målet är att röra sig bort från imitativt resonemang. Genom att kombinera dessa resultat ställs en fråga om hur planering och sortering av frågor ställda av läraren kan leda eleven från imitativt resonemang till kreativt resonemang.

3 Teoretiskt ramverk

Följande avsnitt består av det teoretiska ramverk som används. Arbetet utgår från designbaserad forskning, och dessutom presenteras ett ramverk om lärarhandledningar och ett om lärandeteorin kognition. De sista två har tillkommit i arbetet genom litteraturgenomgång, se mer under *Metodologi* samt under Fas 1 i *Designprocessen: Resultat*.

3.1 Designbaserad forskning

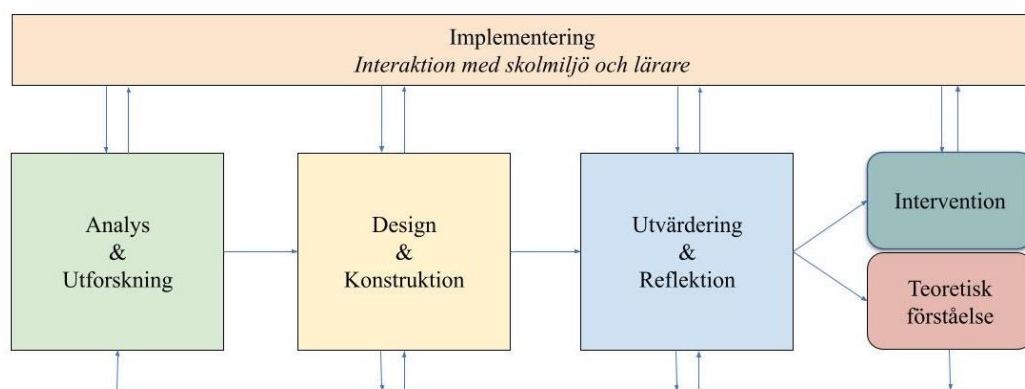
Design är ett ord som är nära kopplat till ingenjörsskap, där det kan ses som ett av ingenjörens främsta uppdrag att överväga möjliga problem och designa lösningar till dessa (Middleton et al., 2010). Designforskning baseras, enligt Middleton et al. (2010), på ingenjörens perspektiv på design, där forskningen har en direkt applicerbarhet på det som designas. De experiment som görs och slutsatser som dras i samband med designprocessen lever upp till de krav på forskning som ställs inom det vetenskapliga område forskningen och designprocessen bedrivs inom. Med designprocessen menas här den iterativa processen av att designa och testa en produkt i flera cykler (Middleton et al., 2010). Dessa cykler av att designa och testa utgör grunden för detta examensarbete, där designen av en intervention fick utgöra fokus för den forskning som bedrevs.

Middleton et al. (2010) skriver även att forskning inom utbildning ofta associeras med ingenjörsskapet, eftersom mycket av den forskning som bedrivs inom undervisning syftar till att förbättra just undervisningen. Det vill säga, de studier som görs inom utbildning används till att omvärdera och designa produkter samt system i skolan som ska förbättra resultaten i kommande studier. Designforskning inom utbildning syftar till att få icke-fungerande utbildning att fungera eller fungerande utbildning att fungera ännu bättre, genom att göra interventioner som testas och utvecklas allt eftersom (Kelly et al., 2010). Designforskning inom utbildning är vidare inte något nytt. Brown (1992) beskriver och problematiserar utbildningsforskning i relation till utveckling av interventioner. För det första belyses att metodologin behöver vara komplex och flexibel, för att svara mot komplexiteten av en lärandesituation. För det andra betonades vikten av att ta avstamp från tidigare designer inom samma område (Brown, 1992). Designforskning bedöms därmed vara en lämplig och beprövad metod för utveckling och undersökning av utbildning, vilket lämpar sig väl för att besvara arbetets frågeställningar.

3.1.1 En modell för DBR

Detta arbete utgår från en modell inom DBR beskriven av Huang et al. (2019). DBR kännetecknas, enligt Huang et al. (2019), av en pragmatik i att skapa användbara lösningar till praktisknära problem, en närhet till den särskilda kontext i vilken en intervention designas samt en iterativ process i samspel med både forskare och lärare. Närheten till praktiken, forskare och lärare bedöms vara viktig för att besvara frågeställningen som berör en praktisknära intervention. Därför var denna modell lämplig för examensarbetet. En annan fördel med DBR anses vara den adaptiva aspekten, där både interventionen och forskningen som bedrivs påverkas och förändras baserat på nya insikter under processens gång. Slutligen poängteras det att designen även behöver ha ett tydligt avstamp och grund i existerande teorier inom utbildning och ska i slutändan även bidra till utvecklandet av dessa teorier (Huang et al., 2019).

I Figur 3.1 finns en bild av modellen som används i detta arbete, baserad på den modell som beskrivs av Huang et al. (2019).



Figur 3.1 - Bilden visar den modell för DBR som användes vid genomförandet av examensarbetet. Modellen är hämtad och översatt från Huang et al. (2019).

Modellen visar att arbetet utförs i cykler av tre steg, synliga i Figur 3.1: *Analys & Utforskning*, *Design & Konstruktion* samt *Utvärdering & Reflektion*. Samtliga av dessa steg står i interaktion med den skolmiljö där implementeringen sker, genom kontakt med lärare och forskare på området. Alla tre steg kommunicerar också med varandra, vilket motsvarar en flexibel iteration för nya idéer och förändringar i processen. Interventionen och den teoretiska förståelsen kan ses som de resultat som genereras.

Det första steget, *Analys & Utforskning*, handlar om att identifiera och beskriva problem som behöver lösas samt mål (Huang et al., 2019). Steget *Analys & Utforskning* gör det möjligt att rama in och begränsa designprocessen, samt att utforska nya möjligheter för att gå vidare med utvecklingen (Huang et al., 2019).

I andra steget, Design & Konstruktion, får problemen en lösning. Designen och konstruktionen är i detta steg i samspel med varandra, där designen motsvarar potentiella lösningar och utkast till hur interventionen ska se ut. Konstruktionen består av att använda designskisserna till att skapa den faktiska interventionen. Vid varje iteration av detta steg skapas en ny prototyp av interventionen. Från detta steg genereras då dels interventionen, och dels information om de val som görs under designprocessen (Huang et al., 2019).

I det tredje steget, Utvärdering & Reflektion, testas interventionen och ställs i relation till teori. Genom att empiriskt testa de förändringar som gjorts i prototypen utvärderas interventionen. Därefter följer en reflektion i relation till den teoretiska förståelsen. Reflektionen motiverar lyckade aspekter av interventionen, möjligheter för förbättring, samt delar som bör exkluderas i nästa cykel (Huang et al., 2019).

3.2 Lärarhandledningar

Kunskaper om lärarens användning av lärarhandledningar har utvecklats allteftersom undervisningen och materialet i sig har utvecklats (Remillard, 2005). På mitten av 1900-talet sågs lärare som en förmedlare av läroplanen i stället för en användare, vilket bidrog till att det inte lades stor vikt på hur läraren använde lärarhandledningar. Det fanns även ett motstånd till att använda material som lärarhandledningar då det kunde antyda att man var en sämre lärare (Ball & Cohen, 1996). Ball och Cohen (1996) introducerade begreppet *utbildande lärarhandledningar* (eng. *educative curriculum materials*) på 1990-talet. Utbildande lärarhandledningar ska främja både lärarens egna lärande, samt elevernas lärande (Davis & Krajcik, 2005; Davis et al., 2011).

Vidare anpassar lärare lärarhandledningar efter kunskaper om sina egna elever och efter sina tidigare erfarenheter av undervisning (Davis et al., 2011). De baserar sina beslut på sina egna lärandemål samt elevernas förmågor och kunskaper. Ball och Cohen (1996) skriver att en anledning till att skapare av lärarhandledningar misslyckas med att designa användbara lärarhandledningar är att de försöker skapa en särskild lärandesituation, men att lärarna sedan anpassar denna till sina elever. Det bidrar till att det finns en lucka mellan intentionen av lärarhandledningen och den undervisning som faktiskt sker i klassrummet. Davis et al. (2011) baserar sin studie på antagandet att lärarna själva utformar lärarhandledningarna, och att deras åsikter är värdefulla vid en iterativ utveckling av lärarhandledningar. Davis och Krajcik (2005) påstår även att en iterativ utveckling av designen är viktig vid alla typer av undervisningsmaterial. Vidare påstås en första design behöva baseras på teoretisk förståelse samt hur teorin kan användas i praktiken. Därefter vidareutvecklas designen baserat på empiriska studier och baserat på lärares feedback. Om lärares erfarenheter inkorporeras i lärarhandledningen kan det stödja andra lärares användning av lärarhandledningen (Davis et al., 2011).

Davis och Krajcik (2005) presenterar vidare designheuristik för lärarhandledningar, för att bygga vidare på Ball och Cohens (1996) begrepp *utbildande lärarhandledningar*. De tre första designprinciperna ämnar utveckla lärares kunskaper i sitt ämne. Den fjärde designprincipen går ut på att en utbildande lärarhandledning ska förklara idén och teorin bakom materialet i lärarhandledningen *till* läraren snarare än att *instruera* läraren om dennes handlingar. Även Remillard (2005) förklarar att författare till utbildande lärarhandledningar fokuserar på hur lärarhandledningen kan förklara den pedagogiska strategin bakom lärarhandledningen *till* läraren i stället för hur den pedagogiska strategin kan förmedlas *genom* läraren. Det är här viktigt att informera lärarna men samtidigt också främja materialets syfte. På så sätt läggs inte bara nya idéer till i lärarnas repertoarer utan motiveringar av beslut kopplade till idéerna synliggörs även (Davis & Krajcik, 2005).

Den femte, och sista, designprincipen utgår från att främja lärarens *pedagogiska designkapacitet* (eng. pedagogical design capacity), det vill säga förmågan att utforma material och instruktioner till eleverna baserat på sina erfarenheter och stödet i lärarhandledningen (Davis & Krajcik, 2005). Läraren använder lärarhandledningen och sätter sedan denna i en verklig kontext. Läraren kan då göra anpassningar som antingen förblir troget mot lärarhandledningens syfte eller som går bort från lärarhandledningens syfte. Studien av Davis et al. (2011) redovisar att om läraren tar i beaktning sina studenters kunskaper samt om lärarens lärandemål är i linje med lärarhandledningens lärandemål kan anpassningarna bli mer effektiva. Om i stället lärarens lärandemål inte är i linje med lärarhandledningens mål tenderar anpassningarna bli mindre effektiva och kan i stället jobba emot lärarhandledningens syfte.

En lärares pedagogiska designkapacitet handlar om att kunna göra just de anpassningar som bidrar till effektiva ändringar. En utbildande lärarhandledning bör därför innehålla motivering till de olika besluten i lärarhandledningen, så att läraren mer troligen kan göra dessa beslut i ytterligare sammanhang (Davis & Krajcik, 2005). Att främja lärares pedagogiska designkapacitet kan stödja läraren att delta i den pedagogiska diskursen och praktiken av undervisningen och på så vis bli en agent i sin egen design och skapande.

En följd av att lärare anpassar och tolkar lärarhandledningar på olika sätt är att det finns svårigheter med att skapa lärarhandledningar som passar alla lärare (Davis & Krajcik, 2005), däribland lärarhandledningar som passar både erfarna och oerfarna lärare. Lärarhandledningar har en aktiv roll i lärarnas praktik, men kan ha en särskild viktig roll för oerfarna lärare (Davis et al., 2011). Två skillnader mellan oerfarna och erfarna lärare är att erfarna lärare har en större repertoar, samt att de har mer erfarenheter som bidrar till att de har mer kunskap för att förutspå hur en lektion kommer att utspela sig i klassrummet. Därav skulle ett material, som har oerfarna lärare som målgrupp, hjälpa de oerfarna lärarna utöka sin repertoar (Davis & Krajcik, 2005). Erfarna lärare skulle dock också kunna dra nytta av ett sådant material för att

vidareutveckla sin undervisning. Remillard (2005) påpekar dock att både text och bilder troligtvis uppfattas olika av olika läsare.

3.3 Kommognition, lärande och rutiner

Kommognition är, som tidigare beskrivet, ett perspektiv utifrån vilket lärande definieras som att involveras i en diskurs (Sfard, 2007). Inom kommognition kan *tänkande* ses som att *kommunicera* med sig själv, och att arbeta med matematik betyder, enligt Sfard (2007), att delta i kommunikation inom ramen för en *matematisk diskurs*. Att *lära sig* matematik är i sin tur att få tillgång till denna specifika diskurs. Ur ett historiskt perspektiv kan kommunikationen ses som grunden till ett samhälleligt lärande, där information och kunskap genom kommunikation har gått i arv från generation till generation. Kommunikationen spelar dock också roll i den enskilda individens lärande. Med hjälp av att se matematik som *deltagande* i en *matematisk diskurs* kan den ontologiska skillnaden mellan individens och samhällets lärande och utveckling suddas ut (Sfard, 2015).

Sfard (2015) skiljer på *diskursivt lärande* och *praktiskt lärande*. Det diskursiva lärandet innebär att bli kapabel att delta i diskursen och producera nya bilder och föreställningar av världen. Detta kan ses som skolans mål (Sfard, 2015). Det praktiska lärandet involverar och har som mål att omorganisera och omvandla konkreta saker. Diskursivt och praktiskt lärande är dock ofta sammanflätade och det kan vara svårt att helt skilja på dem (Sfard, 2015). Fortsättningsvis utgår examensarbetet från detta perspektiv på lärande, det vill säga att *lärande är att få tillgång till, och därmed kunna delta i en matematisk diskurs*. Därmed ligger fokus på det diskursiva lärandet. Utöver detta görs ytterligare ett antagande om lärande; att repetition av kända rutiner inom matematiken utgör kärnan i lärandet.

Lavie et al. (2019, s. 161) definierar en *rutin* som en uppgift (som den ser ut ur utövarens perspektiv) och den procedur som utövaren använder för att utföra uppgiften. Rutinen är alltså en kombination av en specifik *uppgift* och en specifik *procedur* som används när en specifik person utför uppgiften. En mer intuitiv definition av en rutin i vardagen kan vara *ett handlingsmönster som genereras av repetition*. Denna definition förs nu över till lärande i matematik, genom att relatera handlingsmönstret till en uppgift och en procedur. Lavie et al. (2019) menar att lärande i matematik sker genom att eleven får tillgång till rutiner inom matematiken som sedan används och upprepas i olika sammanhang.

Vidare kan rutinerna kategoriseras på olika sätt. Lavie et al. (2019) föreslår en uppdelning i processorienterade rutiner och produktorienterade rutiner. *Processorienterade rutiner* kommer härnäst att kallas för *ritualer*. Med processorienterad menas att processen i sig är målet med rutinen. Ritualen är därmed en rutin som genomförs imitativt, där eleven saknar egentligt agentskap och upprepar

en procedur i syfte att just genomföra proceduren. Detta har många likheter med Lithners (2008) beskrivning av ett imitativt resonemang, där ritualer motsvarar imitativa resonemang, inom ramen för komognition. Ritualerna kan ses som startpunkten för lärandet, eftersom den matematiska diskursen till en början ofta introduceras genom upprepning av procedurer som är nödvändiga för att delta i den matematiska diskursen (Lavie et al., 2019).

Produktorienterade rutiner å andra sidan är rutiner som är fokuserade på resultatet eller produkten som genereras genom utförande av rutinen, och dessa kallas vidare för *utforskande* när diskursivt lärande står i fokus. Utforskande innebär att fokus skiftas från proceduren till resultatet och dess mening, och att elevens agensskap i att styra sina egna handlingar genomsyrar genomförandet av rutinen. Detta ses som målet för det diskursiva lärandet; att eleverna individualiserar rutinerna och är agenter i sitt eget lärande genom att gå från ritual till utforskande (Lavie et al., 2019).

Nachlieli och Tabach (2019) har undersökt tillfällen att lära där ritualer står i fokus, och i vilka lärandesyften dessa tillfällen utgör en viktig startpunkt. För det första är det en viktig startpunkt i syfte att hjälpa eleverna att vidga diskursen rörande matematiska objekt som eleven redan är bekant med. Ritualer är viktiga i detta fall för att påminna och återkoppla, potentiellt inför att förbereda för att övergå i utforskande rutiner. För det andra är det viktigt i syfte att ta de första stegen mot att introducera en ny diskurs som inte eleven är bekant med. Det vill säga, läraren bör planera sin undervisning så att eleverna både har tillfällen för användning av ritualer och tillfällen för utforskande (Nachlieli & Tabach, 2019).

I den komplexa lärandesituationen kan det sällan urskiljas rena ritualer eller rent utforskande. I verkligheten kommer de flesta rutiner att befinna sig på en skala mellan dessa två ytterligheter. En rutin består enligt definitionen av en uppgift och en procedur, och proceduren är alltid en del av att lösa uppgiften vilket leder till att den ofta till viss del utgör ett fokus och mål med rutinen (Lavie et al., 2019).

Utifrån detta ramverk tolkas lärande som att avritualisera diskursiva rutiner för att gå från ritual till utforskande. Hur denna gradvisa avritualisering kan ske presenteras i kommande avsnitt.

3.3.1 Att gå från ritual till utforskande

Den andra av arbetets två övergripande frågeställningar utgår från lärarens möjlighet att planera för avritualisering. Detta avsnitt beskriver hur avritualisering definieras samt operationaliseras i detta arbete för att ge läraren den möjligheten. Lavie et al. (2019) beskriver sex typer av avritualiseringssteg som observerats vid studier av lärandesituationer, vilka används för att definiera på vilka sätt elever går mot utforskande. Dessa avritualiseringssteg är flexibilitet, sammankoppling, tillämplighet, elevens agensskap, objektifiering och underbyggnad (Lavie et al., 2019).

Operationaliseringen består av antagandet att läraren har planerat för avritualisering om läraren har planerat för att ställa frågor som specifikt syftar till att eleven ska ta ett eller flera av de sex stegen mot utforskande. Operationaliseringen görs med stöd från beskrivningar av elevens avritualisering enligt Lavie et al. (2019) samt med stöd från Österlings (accepterad) operationaliseringar av hur läraren kan uppmuntra eleven i avritualisering. Avritualiseringsstegen utgör därmed en central del av interventionen som konstrueras och designas i detta arbete, genom att informera läraren om vilka steg som är möjliga.

Flexibilitet (eng. Flexibility) hos en rutin innebär att det finns fler än ett sätt att utföra samma uppgift. Eleven tar ett steg mot utforskande när eleven inser att det finns ytterligare procedurer som kan användas för att utföra samma uppgift. Eleven kan då använda flera procedurer för att lösa uppgiften (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar eleven att hitta flera lösningar till en uppgift. Att planera för flexibilitet tolkas därmed som att formulera frågor som uppmuntrar olika lösningar eller jämförelse av olika lösningar. Det förutsätter att det finns flera sätt att lösa uppgiften.

Ett annat steg är Sammankoppling (eng. Bondedness). En sammankopplad rutin innebär att resultatet av ett delsteg i proceduren är input till ett senare delsteg. Alla steg i proceduren ska vara sammankopplade. Till en början kan eleven utföra några eller alla delsteg men vara omedveten om relationen mellan delstegen. Eleven tar ett steg mot utforskande när denne blir medveten om relationen mellan de olika delstegen, de vill säga att eleven sammankopplar delstegen (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar eleven att binda samman tidigare oförenade procedurer till en sammansatt procedur, genom att fokusera på var de hakar i varandra. Att planera för sammankoppling tolkas därmed som att formulera frågor som innehåller flera delsteg, där eleven behöver använda procedurer från tidigare men i en ny kombination, eller med en ny koppling till aktuella matematiska objekt.

Vidare är Tillämplighet (eng. Applicability) ett steg. En tillämpbar rutin är en rutin som är användbar i flera olika typer av uppgifter, i nya sammanhang. En rutin har låg tillämplighet eftersom bara väldigt små detaljer får vara ändrade i uppgiften för att proceduren ska kunna användas igen. En målorienterad rutin är mer trolig att kunna användas igen då den fokuserar på resultatet och inte är lika begränsad av att uppgiften ska vara återskapad precist. En avritualisering av rutinerna sker när eleven kan tillämpa en rutin i ett nytt sammanhang, som skiljer sig från tidigare situationer där rutinen varit användbar (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar en bredare användning av en rutin som eleverna känner till, det vill säga att vidga antalet situationer då rutinen är applicerbar. Att planera för tillämplighet tolkas därmed som att formulera frågor där eleverna behöver använda tidigare kunskaper i en ny situation.

Elevens agentskap (eng. Performer's agentivity) innebär att eleven tar egna beslut om vilket delsteg som ska utföras och när det ska utföras, i en viss typ av uppgift. När eleven utför ritualer har denne inte någon frihet att ta egna beslut. Eleven går mot utforskande när eleven på egen hand kan se hur proceduren till uppgiften kan utföras, utan stegvisa instruktioner som beskriver precis vad eleven ska göra och hur (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar eleven att själv tolka uppgiften, välja procedur och bedöma om proceduren fungerade. Att planera för elevens agentskap tolkas därmed som att formulera frågor där eleverna själva kommer på vilken metod de ska använda och själva får utvärdera tankegången.

Ytterligare ett steg är Objektifiering (eng. Objectification), vilket innebär att ersätta konkreta föremål med abstrakta matematiska objekt. När ett konkret föremål används för att lösa en uppgift så utförs proceduren på det konkreta föremålet. Eleverna går mot utforskande när de konkreta föremålen ersätts av abstrakta objekt, vilka procedurerna då i stället utförs på. Ett exempel är att till en början förklarar en elev att addition utförs med hjälp av att eleven räknar hur många konkreta föremål, till exempel klossar, det finns sammanlagt. Sedan går eleven vidare till att addition utförs med abstrakta objekt, till exempel heltalen (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar diskussioner om vad som karaktäriserar matematiska objekt, snarare än hur de används. Att planera för objektifiering tolkas därmed som att formulera frågor som riktar fokus från konkreta avbildningar av matematiska objekt i GeoGebra till det matematiska innehållet. Objektifiering uppmuntrar användningen av substantivet som beskriver det matematiska objektet.

Slutligen beskrivs steget Underbyggnad (eng. Substantiability). Underbyggnad innefattar elevens förmåga att kunna förklara och utvärdera sin lösning. Motiveringen till lösningen är processororienterad om eleven förklarar lösningen genom att delge stegen i proceduren, vilket tyder på att uppgiftens löstes genom ritualer. Eleven går mot utforskande när motiveringen är produktorienterad. Till exempel kan lösningen till en ekvation motiveras processororienterat, med att varje steg i proceduren är genomfört, eller produktorienterat, med att stoppa in svaret i ekvationen och se att den är korrekt (Lavie et al., 2019). Österling (accepterad) tolkar detta som att läraren uppmuntrar motiveringar av resultat som inte är en beskrivning av proceduren. Att planera för underbyggnad tolkas därmed som att formulera utvärderande frågor som handlar om att beskriva varför elevens resultat stämmer och hur eleven kan veta det.

3.3.2 Kommognition och det kompensatoriska uppdraget

Som tidigare nämnts finns det en problematik kring elever som har fått en etikett för till exempel sina inlärningsvärigheter. De ges inte lika mycket utrymme för att utveckla konceptuell förståelse och problemlösningsförmåga (Lambert, 2015). Ur ett kommognitivt perspektiv kan det dras en parallell mellan detta och att eleverna bara engageras i ritualiserat, imitativt lärande och därmed utesluts från ett utforskande

lärande med egna initiativ. Ben-Yehuda et al. (2005) genomförde en studie om vad som hindrar elever att delta i den aritmetiska diskursen, och vad som gör att elever misslyckas med matematik. Ett perspektiv på inlärningssvårigheter som då beskrivs är att undervisningen borde fokusera på att hitta en form av deltagande som låter eleven använda sina styrkor, snarare än att ge svagheterna en etikett (Ben-Yehuda et al., 2005). Heyd-Metzuyanim (2013) skriver att mycket forskning görs på individuella svårigheter med matematik, men menar att det också finns sociala faktorer i undervisningen som leder till att misslyckandet uppstår kollektivt. Det vill säga, etiketten som eleven får uppstår i interaktionen (Heyd-Metzuyanim, 2013).

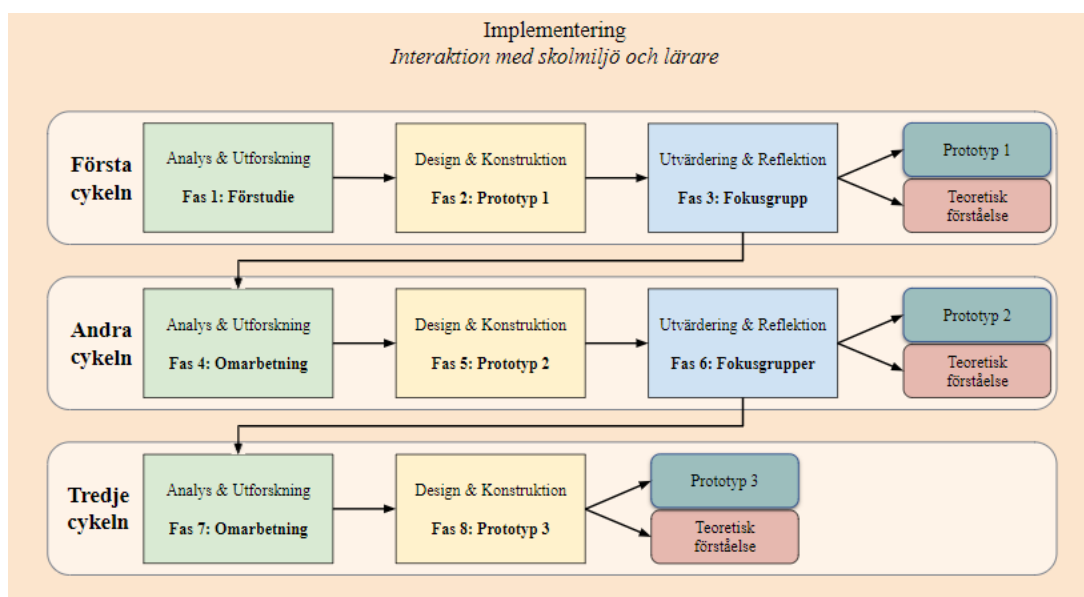
Inom detta arbete undviks etiketter, och ett stort fokus ges i stället åt hur läraren kan planera för att alla elever ska ha möjlighet att utveckla sina färdigheter och i större utsträckning få tillgång till den matematiska diskursen. Ben-Yehuda et al. (2005) konstaterar även att elever med förmåga till objektifiering är mer benägna att delta i den aritmetiska diskursen på eget bevåg, samt att diskursen effektiviseras av att eleven har tillgång till matematiska objekt. Heyd-Metzuyanim (2013) beskriver på liknande sätt hur en hängivenhet till enbart ritualer utgjorde ett hinder för att göra framsteg i att utöka den matematiska diskursen. Därför innebär det kompensatoriska uppdraget, inom ramen för detta arbete, att läraren planerar för att alla elever ska ges möjlighet till avritualisering.

4 Metodologi

Följande avsnitt behandlar examensarbetets utformning och förklarar hur de tre olika stegen i DBR-modellen genomfördes för att svara på arbetets övergripande frågeställningar. Till att börja med ges en beskrivning av examensarbetets faser och cykler samt hur dessa är sammankopplade de olika stegen i DBR-modellen. Därefter följer en beskrivning av de olika datainsamlings- och dataanalysmetoder som använts i detta arbete, men genomförandet av metoderna presenteras vidare under *Designprocessen: Resultat*. Slutligen diskuteras även etiska ställningstaganden kring samtycke.

4.1 Övergripande metod för DBR

I DBR-modellen motsvarade varje fas ett steg, och en cykel motsvarade en iteration av ett flertal steg. Designprocessen var indelad i tre cykler och totalt åtta faser, vilka presenteras i Figur 4.1. Observera att fasernas innehåll och ordning inte var förutbestämda utan att de i enlighet med den adaptiva aspekten av DBR bestämdes allt eftersom nya resultat genererades. Rutan för *Implementering* valdes att lägga som bakgrund i figuren för att visa att alla faser i detta arbete interagerade med skolmiljön och lärare.



Figur 4.1 - Bilden visar designprocessen som följde i tre cykler, baserat på modellen av Huang et al. (2019).

För att koppla samman till stegen i DBR-modellen var fas 1, 4 och 7 en del av steget *Analys & Utforskning*, vilket ses i figuren. Fas 2, 5 och 8 var en del av steget *Design & Konstruktion* och fas 3 och 6 var en del av steget *Utvärdering & Reflektion*. Resultatet från föregående fas var alltid utgångspunkt till nästkommande fas, därmed

bestod designprocessen av en iteration av metoder och resultat. Längst till höger i varje cykel i Figur 4.1 visas den sammanlagda produkt som genererats. Pilarna visar i vilken ordning faserna utfördes. I varje cykel formulerades även frågeställningar som besvarades under cykeln. Dessa knöt an till de övergripande frågeställningarna men hade syftet att driva designprocessen vidare, för att avslutningsvis besvara de övergripande frågeställningarna. Varje cykel producerade en ny version av prototypen och bidrog till utvecklingen av den teoretiska förståelsen. Resultaten från faserna tillsammans med prototypen och den teoretiska förståelsen var vad som användes för att formulera nästkommande cykels frågeställningar. Det var dock resultaten från faserna som tillhörde Utvärdering & Reflektion som var den största utgångspunkten för det vidare arbetet i nästkommande cykel.

Att designprocessen genomgick totalt tre cykler var dels en avgränsning som gjordes på grund av examensarbetets tidsbegränsning. Det föll sig även naturligt med tre cykler i och med att första cykeln hade ett tydligt fokus på att utveckla en första prototyp, andra cykeln hade ett tydligt fokus på den teoretiska förståelsen och den tredje cykeln möjliggjorde några sista korrigeringar av prototypen. Designprocessen kunde ha fortsatt med vidare faser för att utvärdera lärarhandledningen under en lektion eller för att involvera elevrespons. Det var dock utanför avgränsningarna för detta arbete.

4.2 Datainsamlingsmetoder

I detta arbete användes olika datainsamlingsmetoder vid flertalet tillfällen. Tabell 4.1 visar när i designprocessen samtliga metoder genomfördes samt vilken data som samlades in vid respektive tillfälle. Där beskrivs också datainsamlingsmetoderna kortfattat. En längre beskrivning av semistrukturerade intervjuer och fokusgrupper, med generell information om hur dessa genomfördes följer i detta avsnitt. Specifika detaljer som rör val av metod och motivering av genomförande presenteras dock i avsnittet Designprocessen: Resultat, eftersom metodvalen var en del av designprocessens resultat.

Tabell 4.1 - Tabellen visar vilken data som samlades in med vilken metod, samt i vilka faser insamlingen gjordes.

Fas	Metod	Data
1	Intervju	Videoinspelade och transkriberade semistrukturerade intervjuer. 3 lärare, 30 min per intervju
	Litteraturgenomgång	Översikt av teorin: Teoretiskt ramverk baserat på litteratur om lärarhandledningar, komognition, GeoGebra och det kompensatoriska uppdraget.
3	Fokusgrupp	Videoinspelat och transkriberat fokusgruppssamtal. 1 fokusgrupp, 4 lärare, 60 min
6	Fokusgrupper	Videoinspelade och transkriberade fokusgruppssamtal. 4 fokusgrupper, 2 lärare per fokusgrupp, 60 min per fokusgrupp

Litteraturgenomgång listades i Tabell 4.1 som en datainsamlingsmetod. Denna metod innebar att söka och sammanfatta litteratur som kunde skapa och utveckla det teoretiska ramverket. Relevant litteratur söktes med hjälp av olika databaser och sökmotorer. Diva portal, ERIC och Google scholar användes för sökning efter artiklar rörande GeoGebra, lärarhandledningar, kommognition och avritualisering. Litteraturgenomgången listades som en metod för att markera att delen Analys & Utforskning i designprocessen involverade att skapa och uppdatera det teoretiska ramverket. En initierande litteraturgenomgång genomfördes i Fas 1, men i övriga faser i Analys & Utforskning bedömdes litteraturgenomgång inte nödvändigt.

Deltagarna i intervjuerna och fokusgrupperna kodades enligt Tabell 4.2. Dessa användes i resultatet för att referera till vem som citerades. Det är markerat med X vilka deltagare som deltog i vilka faser. Även intervjuaren och observatören inkluderades och kodades i tabellen

Tabell 4.2 - Tabellen visar samtliga deltagare, med tillhörande kodning och deltagande.

Deltagare	Kod	Fas 1 Intervju	Fas 3 Fokusgrupp	Fas 6 Fokusgrupper
Lärare 0	L0	X		
Lärare 1	L1	X	X	X
Lärare 2	L2		X	X
Lärare 3	L3	X	X	X
Lärare 4	L4		X	X
Lärarstudent 1	S1			X
Lärarstudent 2	S2			X
Lärarstudent 3	S3			X
Lärarstudent 4	S4			X
Intervjuare	I	X	X	X
Observatör	O	X	X	X

L0 var högstadielärare och övriga lärare var gymnasielärare, samtliga i matematik. Även lärarstudenterna utbildade sig för att bli matematiklärare på gymnasiet. Intervjuaren var en av textförfattarna som agerade moderator under intervjuer och fokusgrupp. Samma person var intervjuare vid samtliga intervjutillfällen. Beskrivningar och motiveringar till vilka deltagare som deltog finns i kommande avsnitt, *Semistrukturerad intervju* och *Fokusgruppssamtal*, samt i resultatet för respektive fas.

4.2.1 Semistrukturerad intervju

Semistrukturerade intervjuer valdes som datainsamlingsmetod eftersom det gav en hög grad av flexibilitet. Intervjuerna utgick från en intervjuguide baserad på specifika teman (Bryman, 2016). Fördelen med intervjuguiden var att viktiga frågor garanterades att ställas, samtidigt som det erbjöd mycket öppenhet och flexibilitet i frågor och svar (Björndal, 2015). I denna förstudie behövde resultaten inte vara direkt jämförbara, utan i stället bidrog varje synvinkel till en större helhetsbild.

Intervjuerna genomfördes i Fas 1 och utgick från två teman, i form av två frågeställningar, vilka låg till grund för skapandet av en intervjuguide. Intervjuguiden bestod av flertalet intervjufrågor, kopplade till frågeställningarna, som ställdes till intervjudeltagarna. Intervjuaren hade dock friheten att ändra ordning på frågorna samt ställa oförberedda följdfrågor till den som blev intervjuad, baserat på vilken riktning samtalet tog (Bryman, 2016). Intervjuguiden och dess frågor beskrivs och motiveras ytterligare och i mer detalj i avsnittet *Designprocessen: Resultat*, eftersom guiden var en del av designprocessens resultat. Se Bilaga 3 för intervjuguiden i sin helhet.

Innan intervjuerna hölls genomfördes en kvalitetskontroll av intervjuguiden av textförfattarna, utifrån sex kvalitetsgranskande frågor som beskrivs av Björndal (2015, s. 95–96). Frågorna omformulerades till sex kvalitetskriterier vilka var:

1. *Intervjufrågorna berör de övergripande frågorna*
2. *Intervjufrågorna är tydligt formulerade*
3. *Intervjufrågorna undviker att vara ledande*
4. *Intervjufrågorna kan besvaras av samtliga intervjudeltagare*
5. *Intervjufrågorna handlar inte om för personliga saker*
6. *Intervjufrågorna är inte laddade.*

Totalt tre lärare deltog i intervjuerna, där två av dem var gymnasielärare i matematik och en var högstadielärare i matematik. Kravet på deltagarna var att de skulle ha erfarenhet av att använda GeoGebra eller liknande digitala verktyg i klassrummet. Rekryteringen av deltagare skedde genom K-ULF-projektet, och av de lärare som anmälde intresse valdes tre ut, eftersom de var de enda som hade den önskade erfarenheten. Urvalet var alltså begränsat, och därmed inkluderades högstadieläraren bland deltagarna. Bedömningen gjordes att högstadieläraren skulle kunna ha relevanta synpunkter på användningen av GeoGebra och dess problem, även om interventionen sedan var riktad till gymnasielärare.

På grund av att intervjuerna genomfördes under en begränsad tid var det inte möjligt att samla in ett större underlag, från fler deltagare. Tre intervjuer bedömdes dock ge en tillfredsställande mängd data till dataanalysen. Detta för att intervjuerna genomfördes som en förstudie för att identifiera vilka problem lärare kan uppleva i undervisningen. Det vill säga, det var inte av stor vikt att samla in ett större underlag

för att kunna göra jämförelser, utan intervjuerna genomfördes i första hand för att samla in olika erfarenheter och behov.

Intervjuerna genomfördes vidare i digitala mötesrum. Trettio minuter bedömdes vara tillräckligt med tid för att hinna igenom samtliga frågor. Två intervjuledare och en intervjudeltagare var närvarande vid varje intervju. Den ena intervjuledaren var moderator i samtliga intervjuer, och den andra var observatör som höll tiden och förde anteckningar över särskilt intressanta svar. Att intervjuerna genomfördes digitalt var dels en konsekvens av att pandemin begränsade möjligheterna att på ett ansvarsfullt sätt förflytta sig mellan skolor för att möta lärarna på arbetsplatsen, och dels ett sätt att effektivisera arbetet.

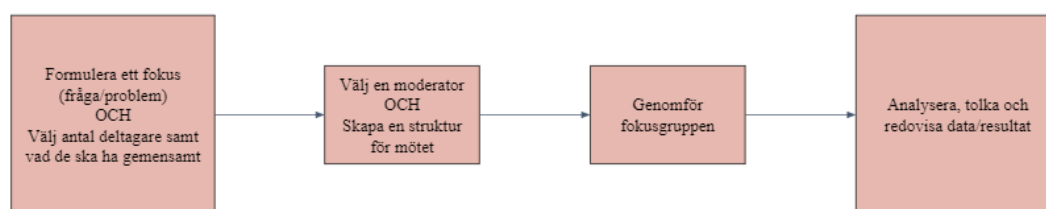
Den insamlade datan från intervjuerna bestod av videoinspelningar av intervjuerna, samt anteckningar från intervjutillfällena. Valet att spela in video gjordes eftersom det gjorde att intervjuerna kunde observeras flera gånger i efterhand med olika perspektiv i åtanke, vilket enligt Björndal (2015) är en av styrkorna med denna metod för datainsamling. Inspelningen gjorde också att konversationen kunde transkriberas som underlag för analysen, och det gav också intervjuledarna en större möjlighet att vara närvarande i konversationen i stället för att fokusera på att anteckna (Björndal, 2015). Intervjudeltagarna informerades om inspelningen och fick skriva på samtycke. Detta beskrivs utförligare i avsnittet *Forskningsetik - samtycke*.

4.2.2 Fokusgruppsamtal

Fokusgruppsamtal användes som datainsamlingsmetod eftersom interaktionen mellan lärare ansågs vara en viktig faktor i att utvärdera den skapade interventionen. Hevner och Chatterjee (2010) beskriver en sorts fokusgrupp inom DBR, som benämns *Utforskande fokusgrupper*. Denna sorts fokusgrupp användes i Fas 3 och Fas 6, för att utvärdera den intervention som skapades samt föreslå förbättringar och förfina interventionen (Hevner & Chatterjee, 2010).

Fokusgruppsamtal är en slags intervju som kan användas för att samla in kvalitativa data utifrån ett visst fokus, från en grupp människor som har något gemensamt, genom en interaktion mellan gruppmedlemmarna (Hylander, 1998). Fokusgruppen kan enligt Hylander (1998) användas inom forskning som en utvärdering och för att få förståelse och bygga på teori. Bryman (2016) poängterar att fokusgrupper används när det är av intresse att se hur deltagarna reagerar på varandras åsikter.

Figur 4.2 visar ett flödesschema för hur fokusgrupperna planerades, organiserades, genomfördes och tolkades, enligt en modell presenterad av Hevner och Chatterjee (2010). Rekrytering av deltagare ingick inte i schemat, eftersom det genomfördes rekrytering kontinuerligt innan genomförandet, med hjälp av K-ULF-projektet.



Figur 4.2 - Bilden visar ett flödesschema för hur genomförandet av fokusgrupper gick till, och är baserad på en modell beskriven av Hevner och Chatterjee (2010).

I det första steget formulerades fokusgruppens fokus. Därefter bestämdes gruppstorlek för fokusgruppen, vilka deltagare som ansågs lämpliga, samt hur många fokusgrupper som skulle genomföras (Hevner & Chatterjee, 2010). Vid valet av deltagare till fokusgrupperna prioriterades dels de egenskaper som ansågs vara viktiga för deltagarna att ha och dels att moderatören för fokusgruppen inte hade en stark, personlig relation till någon av deltagarna (Hylander, 1998).

En av textförfattarna valdes till moderator för samtliga fokusgrupper i Fas 3 och Fas 6. Denne hade som uppdrag att hålla diskussionerna i fokusgruppen inom ramarna för det fokus som hade valts samt att uppmuntra interaktion och fördela ordet mellan deltagarna så att alla fick komma till tals (Hevner & Chatterjee, 2010). Den andra textförfattaren hade rollen som observatör och ansvarade för att hålla samtalet till maximalt en timme samt föra anteckningar över det som sades.

Inför fokusgrupperna skapades också en mötesstruktur med tidsplanering och utvalda frågor. Valet gjordes att skapa strukturen efter en trattmodell, där samtalet till en början tilläts vara ostrukturerat för att sedan smalnas av till mer specifika frågor, enligt Morgan (1997). Det ostrukturerade samtalet i början utgick från att lärarna skulle skapa en uppgift tillsammans med hjälp av lärarhandledningen och en GeoGebra-aktivitet. I Fas 3 fick lärarna en utvald GeoGebra-aktivitet att använda, och i Fas 6 tog de med en egen. De specifika frågorna formulerades som en intervjuguide, likt i de semistrukturerade intervjuerna. Intervjuunderlagen till fokusgrupperna finns i Bilaga 4 och 5. Metodvalen motiveras vidare i avsnittet *Designprocessen: Resultat*.

Innan fokusgrupperna genomfördes fick deltagarna instruktioner om hur de skulle förbereda sig. Fokusgrupperna genomfördes under 60 minuter i digitala mötesrum, där samtalet spelades in med videosamtal. Det insamlade materialet bestod av inspelningarna samt anteckningar från samtalet som gjordes av observatören. Valet att spela in fokusgrupperna motiverades med samma argument som användes vid motivering av inspelning av intervjuerna. I kapitlet *Forskningsetik - samtycke* diskuteras samtycke kring insamling och lagring av data utförligt.

Beskrivning av deltagare

Endast ett fokusgruppssamtal genomfördes i Fas 3. I denna fokusgrupp ingick fyra gymnasielärare som undervisar i Matematik 3c med erfarenhet av att använda GeoGebra, eller liknande digitala verktyg, i undervisningen. Antalet lärare begränsades till fyra eftersom en liten grupp bedömdes leda till större deltagande från samtliga i gruppen (Hevner & Chatterjee, 2010). Fyra lärare ansågs också vara tillräckligt för att få förbättringsförslag till nästa cykel. Det bedömdes viktigt att de deltagande lärarna i fokusgruppen i Fas 3 undervisade i matematik på samma utbildningsnivå och hade någon form av erfarenhet av GeoGebra eftersom lärarna under fokusgruppen skulle skapa en matematikuppgift tillsammans. Två av lärarna som deltog i fokusgruppen var även deltagare i de semistrukturerade intervjuerna i förstudien i Fas 1. Övriga två lärare var nya deltagare i examensarbetets undersökningar. På så vis kunde data samlas in både från personer som redan var bekanta med arbetet och från personer som inkluderades i processen för första gången. Samtliga deltagande lärare kontaktades personligen, via K-ULF-projektet, och samtliga deltagare hade därmed ett intresse för forskning om och vidareutveckling av undervisning med digitala verktyg.

I Fas 6 genomfördes i stället fyra fokusgrupper med två lärare i varje grupp. Enligt Brymans (2016, s. 451) översikt av olika fokusgrupper brukar antalet deltagare per fokusgrupp inte vara mindre än tre, men trots detta togs beslutet att enbart ha två lärare. Detta beslut baserades på att ett större deltagande önskades från varje enskild person, vilket sker när gruppen är mindre (Hevner & Chatterjee, 2010). I Fas 3 var deltagandet inte lika stort hos alla deltagare och därför togs beslutet att krympa grupperna ytterligare. Fokusgruppens aktiviteter, i form av att skapa en uppgift tillsammans, lämpade sig inte för en större grupp och två personer bedömdes vara rimligt för att få en givande diskussion. Eftersom deltagarna också tog med egna aktiviteter till dessa fokusgrupper var det dessutom rimligt att begränsa antalet deltagare för att hinna diskutera båda aktiviteterna.

Två av fokusgrupperna i Fas 6 bestod av de fyra lärare som deltog i fokusgruppen i Fas 3, och de bedömdes vara lämpliga deltagare eftersom de redan hade en överblick av teoretiska ramverket och kunde kommentera på utvecklingen från Prototyp 1 till Prototyp 2. Det bedömdes dock även viktigt att involvera nya deltagare i processen vid detta tillfälle och därför togs fyra nya personer in. Deras perspektiv var viktigt dels för att se hur begripligt materialet var för någon som ser det för första gången, och dels för att se hur lärarhandledningen hanterades av mindre erfarna lärare, som inte använt GeoGebra mycket i sin undervisning. Eftersom oerfarna lärare söktes kontaktades då fyra lärarstudenter. Kravet för de deltagande studenterna var att de skulle vara i slutskedet av sin utbildning, och ha samtliga högskolepoäng inom verksamhetsförlagd utbildning som krävs för examen. De behövde dock ingen tidigare kunskap om GeoGebra, vilket motiveras vidare i avsnittet *5.2.4 Fas 6 Fokusgrupper*. Lärarstudenterna kontaktades personligen, via nätverk inom programmet för

Civilingenjör och Lärare, och samtliga hade intresse av att delta i utvecklingen av lärarhandledningen.

4.3 Dataanalys

Analysen av insamlat datamaterial från intervjuer och fokusgruppssamtal skedde genom tematisk analys. Detta bedömdes lämpligt eftersom det fanns ett behov av att organisera insamlade data utifrån de frågeställningar och de fokus som drev datainsamlingen. Tematisk analys bedömdes då vara ett flexibelt sätt att induktivt och deduktivt analysera kvalitativa data genom att identifiera och sammanställa teman, eller mönster i datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). Dessutom är tematisk analys inte bundet till något särskilt teoretiskt ramverk, vilket gjorde det möjligt att använda i kombination med det teoretiska ramverket i denna studie. Analysen syftade, som allra minst, till att organisera och detaljerat beskriva data, och vidare till att identifiera mönster i datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). Samtliga genomförda analyser i detta arbete följdes enligt Braun och Clarkes (2006, s. 87) sex steg: (a) genomlysning och transkribering av data, (b) kodning, (c) sökning efter teman, (d) genomgång av teman, (e) definiering av teman och (f) sammanställning av resultatet. Analysen kommer att beskrivas generellt i detta avsnitt och eventuella avsteg från detta sätt att arbeta beskrivs under *Designprocessen: Resultat* eftersom dessa beslut då var en del av resultatet.

Datainsamlingen skedde, i samtliga intervjuer och fokusgrupper, baserat på specifika frågeställningar som önskade besvaras. Vidare användes sedan dessa frågeställningar som utgångspunkt för kodningen i analysen. Analysen kunde, i och med sitt tydliga avstamp i dessa frågeställningar samt en grund i kända lärandeteorier, sägas vara deduktiv till störst del (Braun & Clarke, 2006).

Med deduktiv analys menas att teorin blir utgångspunkt för de resultat som ges, det vill säga resultaten är relevanta genom sin relation till den underliggande teorin. Detta skiljer sig från ett induktivt angreppssätt, där teorin genereras som ett resultat (Bryman, 2016). Braun och Clarke (2006) menar att en deduktiv, eller teoridrivna, tematisk analys ger en djupare insikt i någon aspekt av data, snarare än en rik beskrivning av den totala mängden data. Den deduktiva ansatsen var alltså en naturlig följd av att designprocessen skulle ha ett tydligt avstamp i existerande lärandeteorier (Huang et al., 2019). Dock gavs också friheten att transkribera och koda alla delar av inspelningarna som upplevdes kunna vara av intresse, även om kopplingen till frågeställningarna inte var helt uppenbar. Detta gjordes av intresse att vara öppen för nya perspektiv och att kunna bedöma relevansen i ett senare skede (Braun & Clarke, 2006). Dessutom kan det tilläggas att den tematiska analysen som gjordes av intervjuerna i Fas 1 var en del av grunden för att forma det teoretiska ramverket. Därmed fanns också flera induktiva element i den tematiska analysen som gjordes.

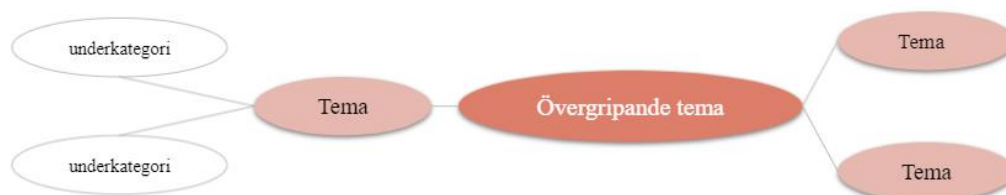
Mallen som användes vid transkribering och kodning, i steg (a) och (b) av tematiska analysen, finns i Tabell 4.3. Den inspirerades av ett exempel från Björndal (2015, s. 126) som använde en liknande mall för att transkribera en videoinspelning av ett elevsamtal. Tabell 4.3 innehåller också ett exempel på ett utdrag av data från en av fokusgrupperna.

Tabell 4.3 - Tabellen visar transkriberings- och kodningsschemat som användes vid analys av ljud- och videoinspelning, baserat på ett exempel från Björndal (2015, s. 126). Ett exempel på data från transkriberingen från två av fokusgrupperna inkluderades för att exemplifiera.

Lärare	Tid	Citat	Kod	Kommentar
L4	09:00	[...] De ska kunna det här.	Rit Syf	Ritualer viktigt för utforskande
S3	34:00	Jag har inte tänkt på att det skulle ha varit svårt att sätta sig in i [teorin]. Jag har inte tänkt på det så mycket alls, utan jag tyckte det var tydligt vad som menades.	Lät Teo	

I citaten användes hakparenteser för att förtydliga vad deltagarna syftade på, när detta inte framgick utan kontexten. Beteckningen “[...]” i ett citat innebar att någon del av citatet uteslöts, för att det innehöll ett sidospår som ej var relevant för sammanhanget.

Vidare söktes teman upp utifrån kodningen, enligt steg (c). Ett tema definierade något i data som relaterade till frågeställningarna, och som kunde ses som ett mönster i datan (Braun & Clarke, 2006). De teman som dök upp sorterades i hierarkier enligt Figur 4.3, som Braun och Clarke (2006) beskriver. Identifieringen av teman utgick dels från frågeställningarna, dels från kodningen och dels från den frekvens temat bedömdes ha i uttalanden från olika lärare. De koder och teman som sträckte sig över flera transkriberade sekvenser, i minst två uttalanden från olika lärare, behölls och övriga koder sorterades bort.



Figur 4.3 - Bilden visar en hierarkisk struktur av teman som togs fram med hjälp av kodningen. Strukturen är inspirerad av Braun och Clarke (2006, s. 90).

Därefter gjordes en genomgång av identifierade teman, enligt steg (d), där viktiga teman valdes ut i förhållande till frågeställningarna och en slutgiltig temastruktur fastslogs. Framför allt detta steg utgjorde den deduktiva delen av analysen, eftersom teman i detta steg valdes ut baserat på det teoretiska ramverket och tidigare resultat i studien.

Därefter definierades och omformulerades varje valt tema, enligt steg (e), för att rama in och beskriva temats innehåll. En tabell över alla definierade teman med förklaringar

av vad temat innefattar upprättades därefter och detta utgjorde den slutgiltiga sammanställningen av resultatet från den tematiska analysen, enligt steg (f). Tabell 4.4 visar hur resultatet sammanställdes i en tabell, och färgkodningen hänger ihop med den i den hierarkiska temastrukturen i Figur 4.3.

Tabell 4.4 - Tabellen demonstrerar hur resultatet av arbetets tematiska analyser presenterades.

Tema	Beskrivning
TEMA	Övergripande tema. Beskrivning
Tema	Tema. Beskrivning
Underkategori	Beskrivning
Underkategori	Beskrivning
Tema	Tema. Beskrivning
Tema	Tema. Beskrivning

Vid genomförande av dessa intervjuer och fokusgrupper noterades också begränsningar för de resultat som kunde erhållas. Eftersom tidsramen satte ett tak för antalet deltagande lärare konstateras att eventuella generaliseringar som gjordes till följd av dataanalysen behövde ställas i relation till det lilla urvalet av lärare som studien utgick från. Detta beskrivs vidare i avsnittet *Diskussion*.

4.4 Forskningsetik - samtycke

Följande avsnitt beskriver etiska aspekter av forskningsarbetet gällande samtycke. Övriga etiska aspekter lämnas till avsnittet *Diskussion*.

Samtliga deltagare informerades om vad deltagande i studien innebar innan de gav sitt godkännande till deltagande. Detta gjordes i enlighet med den grundläggande principen om respekt för forskningsdeltagare i den europeiska kodexen för forskningens integritet (All European Academies [ALLEA], 2017). Alla deltagare gav sitt samtycke till att delta, vilket inkluderade inspelning av ljud och video under intervjuerna och fokusgruppssamtalen, samt användning av inspelningarna i examensarbetet. Samtycket gavs genom att skriva på en samtyckesblankett, se bifogade i Bilaga 1 och 2. Samtyckesblanketterna som användes utgick från en standardiserad mall från K-ULF-projektet, som redigerades för att informera lärare och lärarstudenter om detta arbete och vad ett deltagande i studien innebar. Den ena blanketten var anpassad för lärare och den andra blanketten var anpassad efter lärarstudenter.

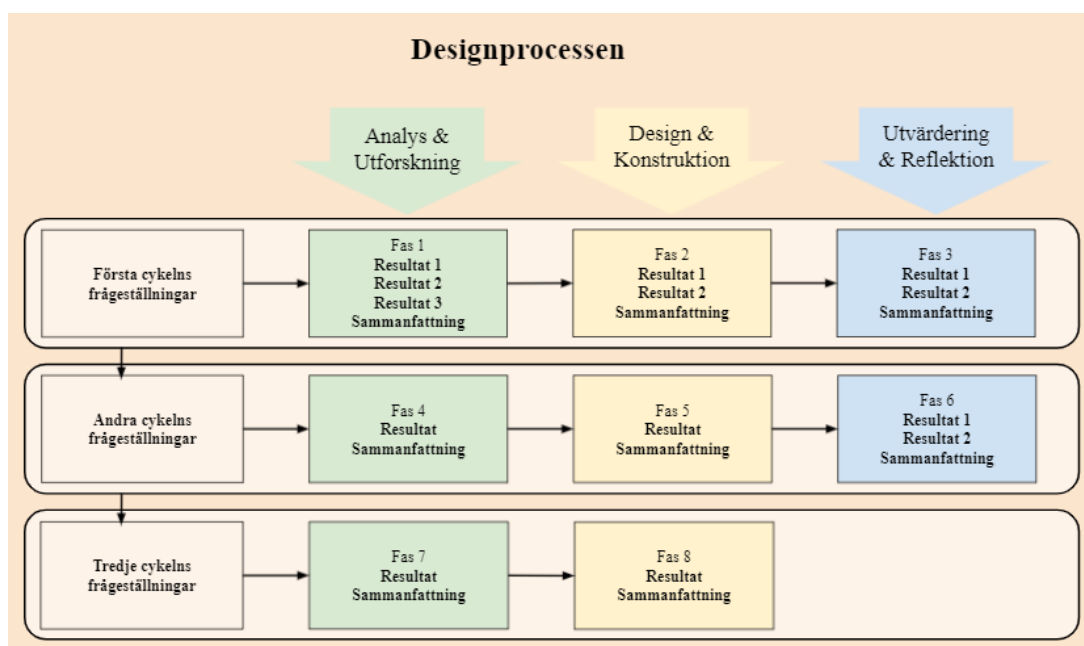
Sju av de totalt nio deltagande lärarna och lärarstudenterna godkände även att videospelningarna sparades inom K-ULF-projektet för eventuell framtida användning av lärare och forskare. Ytterligare information om var materialet sparades

kan läsas på samtyckesblanketterna i Bilaga 1 och 2. De två deltagare som inte godkände lagring av videoinspelningarna godkände att videoinspelningarna sparades lokalt fram till examensarbetets godkännande. Därefter raderades inspelningarna, eftersom deltagarna inte godkänt att de skulle sparas.

Videoinspelningarna var det enda insamlade datamaterial där enskilda individer kunde identifieras. Transkriberingarna av inspelningarna anonymiserades innan de användes i arbetet, genom att deltagarna fick kodnamn, se Tabell 4.2.

5 Designprocessen: Resultat

Följande avsnitt beskriver resultatet av varje fas i designprocessen, uppdelat i processens tre cykler. För att göra resultatet enkelt att följa beskrivs följden av resultat i kronologisk ordning i Figur 5.1. Tabeller samt figurer i varje fas i resultatet är färgkodade enligt det steg fasen tillhör, Analys & Utforskning, Design & Konstruktion eller Utvärdering & Reflektion.



Figur 5.1 - Bilden visar ett flödesschema för hur detta avsnitt är uppbyggt och presenteras.

Eftersom designprocessen var flexibel och utvecklades allt eftersom cyklerna fortgick, innefattade resultatet även de metodval som gjordes, i de fall där metodvalet baserades på tidigare resultat i designprocessen. Därmed beskrivs genomförandet av en del metoder i resultatet, i de fall där beslut om metoden var ett resultat i sig.

I kommande avsnitt presenteras en cykel i taget. Det första som presenteras i varje cykel är de frågeställningar som låg till grund för utveckling och undersökning i cykeln, och därefter följer resultatet av faserna, enligt Figur 5.1 ovan. Det sammanlagda resultatet av hela cykeln utgjorde ingångsvärde i nästa cykel där nya frågeställningar formulerades baserat på den tidigare cykeln.

5.1 Första cykeln

Första cykeln i detta arbete inkluderade frågeställningar för cykeln, Analys & Utforskning i form av en förstudie med tre intervjuer, Design & Konstruktion av första prototypen samt Utvärdering & Reflektion av prototypen i en första fokusgrupp. Resultatet från Analys & Utforskning bestod av metodvalet till förstudien, en tematisk analys av intervjuerna och ett teoretiskt ramverk. Resultatet för Design &

Konstruktion bestod av ett metodval samt Prototyp 1. Slutligen resulterade Utvärdering & Reflektion i ett metodval för utvärderingen och en tematisk analys av fokusgruppen.

5.1.1 Frågeställningar

För att ha möjlighet att svara på den första övergripande frågeställningen beslutades att ta reda på hur några aktiva lärare använder GeoGebra, och vad de stöter på för problem som skulle kunna lösas eller motverkas med hjälp av en intervention. De övergripande frågeställningarna presenteras nedan för att påminna läsaren:

- *Hur kan en praktisknära intervention designas för att stödja lärares undervisning med GeoGebra och arbetet med kompensatoriska uppgifter?*
- *Hur kan lärare planera för avritualiserande aktiviteter i GeoGebra som stöttar det kompensatoriska uppgifter?*

De frågeställningar som valdes för första cykeln baserades på dessa frågeställningar, med målet att i samspråk med lärarna utveckla ett sätt att lösa problem i undervisningen med GeoGebra och ta fram en första prototyp.

Den första frågeställningen delades upp i följande frågeställningar som låg till grund för första cykeln:

1. *Hur använder matematiklärare GeoGebra, eller liknande digitala verktyg, i klassrummet?*
2. *Vilka problem upplever matematiklärare att de stöter på i undervisningen med GeoGebra, eller liknande digitala verktyg?*
3. *Hur kan en intervention designas dels för att lösa eller motarbeta de problem som läraren upplever med GeoGebra, och dels för att stötta i det kompensatoriska uppgifter?*

Den andra övergripande frågeställningen utgjorde grunden för litteraturgenomgången, men var i övrigt inte fokus för denna cykel.

5.1.2 Fas 1 – Förstudie

Förstudien utgjorde steget Analys & Utforskning i första cykeln. Resultatet av förstudien innefattade dels metodvalet, dels resultatet av den genomförda tematiska analysen och dels det teoretiska ramverket. Fasens resultat besvarade cykelns två första frågeställningar.

Resultat 1 – Metodval

Semistrukturerade intervjuer valdes som metod för att samla data, eftersom steget Analys & Utforskning bör vara öppet utforskande enligt Huang et al. (2019). Intervjun bedömdes vara det bästa sättet att komma i kontakt med tankar och upplevelser från en annan persons perspektiv, i enlighet med Björndal (2015), och ett flexibelt sätt att kunna anpassa datainsamlingen baserat på deltagarnas svar.

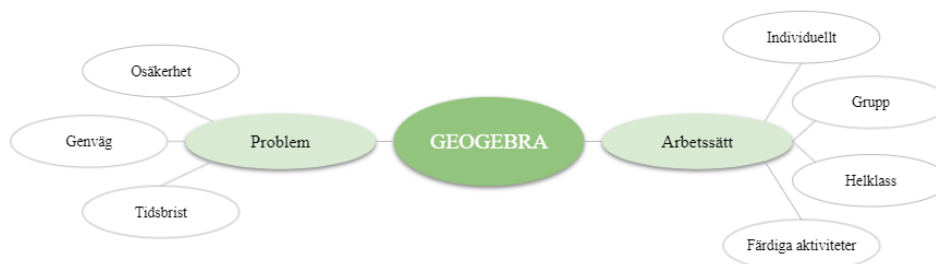
Intervjuguiden som konstruerades innehöll frågor som kopplade till användningen av GeoGebra och de problem lärarna stöter på, för att besvara frågeställningarna. Guiden kvalitetsgranskades med hjälp av Björndals (2015) kvalitetskriterier. På grund av den semistrukturerade intervjuens öppenhet inför anpassningar gjordes bedömningen att om några otydligheter dök upp under intervjun så kunde de redas ut i samtalet. Beslutet togs att inkludera en fråga som handlade om kursen Matematik 3c på gymnasiet. Detta gjordes eftersom två av intervjudeltagarna hade undervisat i den kursen och det då gav möjlighet till specifika, praktiska exempel. Denna fråga uteslöts från intervjun med den intervjudeltagare som inte hade undervisat i den kursen. Vid de flesta intervjufrågorna gjordes också anteckningar om vilka möjliga följdfrågor som kunde ställas i syfte att kunna förtydliga intervjufrågan under intervjun. Intervjuguiden finns i sin helhet i Bilaga 3.

Intervjuerna genomfördes och analyserades sedan med tematisk analys enligt beskrivning i *Metodologin*. En avgränsning som gjordes i denna tematiska analys var att inte transkribera allt material, utan bara det som vid genomlysning bedömdes vara relevant för analysen. Denna bedömning kunde göras eftersom intervjuerna så starkt byggde på de ställda frågeställningarna och därför transkriberades de delar som relaterade till frågeställningarna snarare än att transkribera allt. Detta var ett rimligt val att göra på grund av begränsad tid, och eftersom det var möjligt att plocka ut intressanta partier för transkribering (Björndal, 2015).

Slutligen gjordes en litteraturgenomgång, som en del av fasen Analys & Utforskning, vilken användes för att motivera designprocessen. Denna utfördes i samband med den tematiska analysen men presenteras som ett eget resultat nedan, för att belysa förankringen av den tematiska analysen i teori.

Resultat 2 – Tematisk analys

I Figur 5.2 visas resultatet av den tematiska analysen av intervjuerna i form av en hierarki av teman som valdes ut. Temabeskrivningar till varje tema följer sedan i detta avsnitt, samt vad varje tema hade för påverkan på det fortsatta arbetet. En kort beskrivning av varje tema i temastrukturen finns i Tabell 5.1.



Figur 5.2 - Bilden visar resultatet av den tematiska analysen i Fas 1, i form av den hierarki som skapades för att sortera utvalda teman.

Samtliga teman avgränsades till att beröra användningen av GeoGebra. En av de tre intervjuade lärarna hade mer erfarenhet av att använda ett annat digitalt verktyg, Desmos, med liknande funktioner som GeoGebra. Läraren hade dock också erfarenhet av GeoGebra, och därför inkluderades lärarens erfarenheter av digitala verktyg under det övergripande temat GeoGebra. Det vill säga, resultatet som presenterades från denna tematiska analys avgränsades till att gälla GeoGebra, men innehåller också en del erfarenheter av ett annat, likvärdigt, digitalt verktyg. Inom ramen för GeoGebra delades resultatet upp i ett tema rörande vilka arbetssätt lärarna använde och ett tema rörande vilka problem lärarna har stött på. Samtliga teman involverade endast lärarnas personliga upplevelser av sin egen och andras undervisning. Temat *Arbetsätt* rörde hur arbetet med GeoGebra organiserades och vilka applikationer i GeoGebra som läraren använde. Temat *Problem* rörde de problem eller nackdelar med GeoGebra som beskrevs av lärarna.

Tabell 5.1 - Tabellen visar de teman som definierades, med en beskrivning.

Tema	Beskrivning
GEOGEBRA	Övergripande tema. Samtliga teman relaterade till användningen av GeoGebra i klassrummet.
Arbetsätt	De arbetssätt som lärarna beskrev att de använder eller vill använda vid undervisning med GeoGebra.
Individuellt	GeoGebra användes i det individuella arbetet
Grupp	GeoGebra användes vid arbete i par/mindre grupp
Helklass	GeoGebra användes vid genomgångar eller när läraren ska visa något.
Färdiga aktiviteter	GeoGebras färdiga aktiviteter och interaktiva övningar som är tillgängliga via GeoGebras lektionsresurser ansågs vara ett praktiskt och enkelt sätt att hitta material.
Problem	De problem som lärarna beskrev att de stöter på i undervisningen med GeoGebra.
Osäkerhet	Att läraren inte vet hur GeoGebra kan användas eller inte har förberett sig tillräckligt för att kunna använda verktyget med säkerhet. Detta kunde leda till att användningen av GeoGebra uteblev.
Tidsbrist	Att läraren inte har tid att ta reda på hur GeoGebra fungerar eller att förbereda lektioner med GeoGebra.
Genväg	Att eleverna ibland använder GeoGebra som en genväg till rätt svar, men saknar kunskapen som krävs för att lösa matematiska problem utan verktyget.

Tema arbetssätt

Lärarna arbetade med GeoGebra på olika sätt. Det användes dels i det *Individuella arbetet*, som miniräknare och grafräknare. Detta involverade att lösa uppgifter med hjälp av GeoGebra, att kontrollera sin lösning eller sitt svar eller att undersöka en färdig aktivitet från GeoGebras bibliotek. Följande exempel var från L3:s undervisning:

L3 - [...] vi har färdiga GeoGebras, konstruktioner som folk har gjort. Man kan göra ganska mycket med knappar man klickar på och såna där saker, göra GeoGebras interaktiva.

I - Om du har såna övningar som är interaktiva, brukar du göra det framme vid tavlan lite som genomgång eller brukar de sitta och göra det själva?

L3 - Då får de göra det själva, då är tanken att de kan klicka runt och själva upptäcka något och öka sin förståelse.

Grupparbete involverade att eleverna tillsammans använde GeoGebra i par eller i grupp, med en eller flera datorer till hands. Samarbete eller diskussion med andra elever i relation till GeoGebra räknades också som grupparbete. Detta tema exemplifieras med följande citat:

I - Händer det att du gör paraktiviteter eller gruppaktiviteter där man använder verktyget?

L1 - Jaa. Absolut. Det gör det. Och det är ju bra för då kan... ofta är det ju, de har lite olika kunskaper just på de bitarna. Vissa tycker att det är kul med sånt där och tar till sig direkt och andra, de vill mer köra med papper och penna bara och då om de sitter i grupp så kan de ju hjälpa varandra väldigt bra med de sakerna.

Helklassarbete innebar att lärarna själva använde GeoGebra, som räknare eller genom en aktivitet från GeoGebras resurser, för att visa något för eleverna i helklass. Det involverade också tillfällen då läraren och eleverna diskuterade aktiviteter i GeoGebra i helklass. Följande citat var ett exempel från L0s undervisning som inkluderade både individuellt arbete, grupparbete och genomgång:

I2 - Det låter då som att eleverna sitter mycket själva med...

L0 - Med programmet, ja. Precis, exakt, ja. Så har man liksom en genomgång först på projektorn, liksom hur det fungerar, och sen släpper man lös dom. Och då har dom det på sin skärm, eller att de sitter tillsammans med den som sitter bredvid.

Slutligen lyfte lärarna att de tyckte att det är enkelt och smidigt att hitta färdiga aktiviteter i GeoGebras bibliotek, och dessa färdiga aktiviteter användes både i individuellt arbete, grupparbete och helklassarbete. Temat *Färdiga aktiviteter* inkluderade lärarnas användning av färdiga aktiviteter och deras upplevelse av dessa som lättåtkomliga och användbara. De färdiga aktiviteterna beskrevs tidigare i citatet från L3 gällande individuellt arbete, men L1 uttryckte också följande:

I2 - Är det lätt eller svårt att få inspiration till olika sätt att använda det?

L1 - Det är nog ganska lätt, jag tänker nu med webben, att gå ut och det finns ju hur mycket som helst. Det är nog bara en fråga om den tiden man vill lägga på det, så finns det ju hur mycket som helst egentligen. Att ja, det är nog... det är lätt att hitta bra grejer som andra har gjort, och så där då.

Sammanfattningsvis var alltså användningsområdena flera, och samtliga lärare varierade arbetssättet i klassrummet. Den slutsats som drogs av detta resultat var att en intervention med fördel skulle vara anpassningsbar för att läraren ska kunna använda olika arbetssätt.

Tema problem

Vidare lyftes tre övergripande problem. Lärarna lyfte dels *Osäkerhet* som ett problem med användningen av GeoGebra. Med osäkerhet menades att läraren inte visste hur hen skulle använda GeoGebra, eller inte hade hunnit förbereda sig tillräckligt på att undervisa med verktyget. Det inkluderade även att osäkerheten kunde leda till att lärare inte använde GeoGebra trots att de upplevde att det kunde vara ett bra hjälpmedel. Ett exempel på detta belyses i detta citat från L0:s intervju.

I2 - Vad tror du skulle behövas för att underlätta ett ökat användande av GeoGebra? Eller ett bättre användande av GeoGebra i klassrummet?

L0 - Dels så tror jag att, oss pedagoger, att bli mer bekväma i verktyget. Att vi verkligen sätter oss och leker genom det. För så tycker jag det är med allt. [...] Har jag inte mina kollegor, är inte de bekväma med verktyget, då är det sällan de använder det.

Det andra problemet som lyftes var lärares *Tidsbrist*. Detta innefattade att inte ha tid att sätta sig in i GeoGebra som verktyg och vad det kan användas till, samt att inte ha tid att förbereda specifika aktiviteter eller lektioner med GeoGebra. Tidsbristen exemplifierades delvis av L1:s tidigare citat om färdiga aktiviteter, där hen uttryckte att mycket beror på hur mycket tid man har att lägga på att utforma undervisningen. Även L0 uttryckte en liknande tanke genom följande citat:

L0 - Det är väl också lärarens största problem, liksom, det är den här tiden till att man ska sätta sig. Och att folk vill, alltså, bara det att ha en vilja att sätta sig in i ett nytt verktyg.

Slutligen lyftes att ett problem som ibland uppstod var att eleverna använder GeoGebra som en *Genväg*, med vilket menades att eleven använder verktyget på ett sätt som begränsar elevens möjlighet att lära sig matematik. Till exempel kunde det innebära att eleven använde en lösningsmetod i GeoGebra som var effektiv till ett visst problem, på bekostnad av att lära sig att lösa samma problem utan GeoGebra. L1 beskrev det med följande ord:

I2 - Ser du några nackdelar med att använda de här verktygen?

L1 - Vissa elever blir ju lite så där expert på själva digitala verktyget, kan ju hända. Och inte så bra då på själva, ja, det algebraiska, och de här procedurerna. [...] Om

man är riktigt duktig på det digitala verktyget, så kommer man ganska långt på det, vilket kan bli lite fel då, kanske, att man inte har. Om man tänker på universitet sen, då får man inte ens ha räknare. Alltså, då måste man ju kunna de här procedurerna och det här.

Sammanfattningsvis hade alltså lärarna två problem som rörde lärarnas möjlighet att använda GeoGebra och ett problem som rörde elevernas lärande. Slutsatserna som drogs från detta resultat var att för att stötta lärarna i sin osäkerhet kunde en lärarhandledning vara till hjälp. För att det inte skulle ta för lång tid att sätta sig in i lärarhandledningen beslutades att den behövde vara lättöverskådlig. Vidare bestämdes att lärarhandledningen skulle hjälpa läraren att planera för att undervisa på ett sätt som hindrar elever att ta genvägar. Lärarhandledningen beslutades därmed att vara ett stöd i form av ett planeringsunderlag för undervisning med GeoGebra.

Resultat 3 – Teoretisk förankring

Den litteraturgenomgång som gjordes i denna fas resulterade i ett beslut om vilket teoretiskt ramverk som passade för de problem som presenterats som Resultat 2, och därmed gjordes en teoretisk förankring. Det teoretiska ramverket finns i avsnitt 2, *Teoretiskt ramverk*. Det teoretiska ramverket togs fram parallellt med resultatet från den tematiska analysen, och förankrades i relation till lärarnas upplevda problem. Vidare följer en redogörelse för kopplingen mellan resultatet av den tematiska analysen och det teoretiska ramverket.

Lärarnas osäkerhet med GeoGebra ledde fram till beslutet att designa en intervention i form av en utbildande lärarhandledning, som enligt Davis et al. (2011) också ska främja lärarens egna lärande utöver att främja elevernas lärande. Då lärare inte heller har mycket tid att sätta sig in i omfattande material (Davis & Krajcik, 2005), behövde lärarhandledningen innehålla ett lättöverskådligt planeringsunderlag som syftade till att stödja läraren i dennes användning av GeoGebra. Med lättöverskådligt menades att det inte skulle ta lång tid att sätta sig in i materialet och inte heller lång tid att använda det. En lärarhandledning som stöttade lärarens planeringsarbete för lektioner med GeoGebra ämnade att bidra till att läraren kunde känna sig säkrare i användningen av GeoGebra. Skapandet av en lärarhandledning sågs alltså som en möjlig lösning till problemet med lärarens eventuella osäkerhet, vilket föranledde beslutet att designa och konstruera en lärarhandledning och att inkludera det teoretiska ramverket om lärarhandledningar.

Med det grundläggande antagande om att en *Genväg* inom matematiken innebar en form av ritualiserat lärande, togs beslutet att motverka detta upplevda problem med hjälp av en operationalisering av avritualiseringens möjliga steg. Ur ett kognitions- och lärandeperspektiv tolkades problemet med att elever tar genvägar alltså som att eleverna imitativt upprepar ritualer och inte deltar i den matematiska diskursen. Elevernas arbete med verktyget i dessa fall tolkades alltså vara ritualiserat, och

därmed tog eleverna inte några större steg mot utforskande. Lärarhandledningens mål blev således att planera för avritualisering av elevernas rutiner. Operationaliseringen av avritualisering i planeringsverktyget skedde främst utifrån de avritualiseringssteg som beskrivs av Lavie et al. (2019), och finns att läsa under rubriken *Teoretiskt ramverk*.

Sammanfattning

Denna fas besvarade cykelns två första frågeställningar, vilka löd:

1. Hur använder matematiklärare GeoGebra, eller liknande digitala verktyg, i klassrummet?
2. Vilka problem upplever matematiklärare att de stöter på i undervisningen med GeoGebra, eller liknande digitala verktyg?

Lärarna använde GeoGebra i individuellt arbete, pararbete, grupparbete och arbete i helklass. Färdiga aktiviteter i GeoGebras bibliotek av klassrumsresurser användes på något sätt av alla lärare.

De problem matematiklärarna stötte på i undervisningen med GeoGebra var *Osäkerhet*, *Tidsbrist* och *Genväg*. För att hantera problemet *Osäkerhet* valdes att göra en lärarhandledning och därmed inkluderas det ett teoretiskt ramverk om lärarhandledningar. Vad gäller problemet *Tidsbrist* togs beslutet att göra ett lättöverskådligt flödesschema som en grund för planeringsverktyget i lärarhandledningen. Slutligen valdes det att använda det teoretiska ramverket om avritualisering för att hantera problemet *Genväg*.

Sammanfattningsvis resulterade denna förstudie i ett beslut att designa en lärarhandledning innehållandes ett flödesschema för planering av lektionsaktiviteter, i syfte att hjälpa läraren med att göra avritualisering tillgängligt för alla elever med hjälp av GeoGebra.

5.1.3 Fas 2 – Prototyp 1

Fas 2 utgjorde steget Design & Konstruktion i första cykeln. Resultatet av denna fas bestod av metodvalet och Prototyp 1 tillsammans med de designval som gjordes i prototypen.

Resultat 1 – Metodval

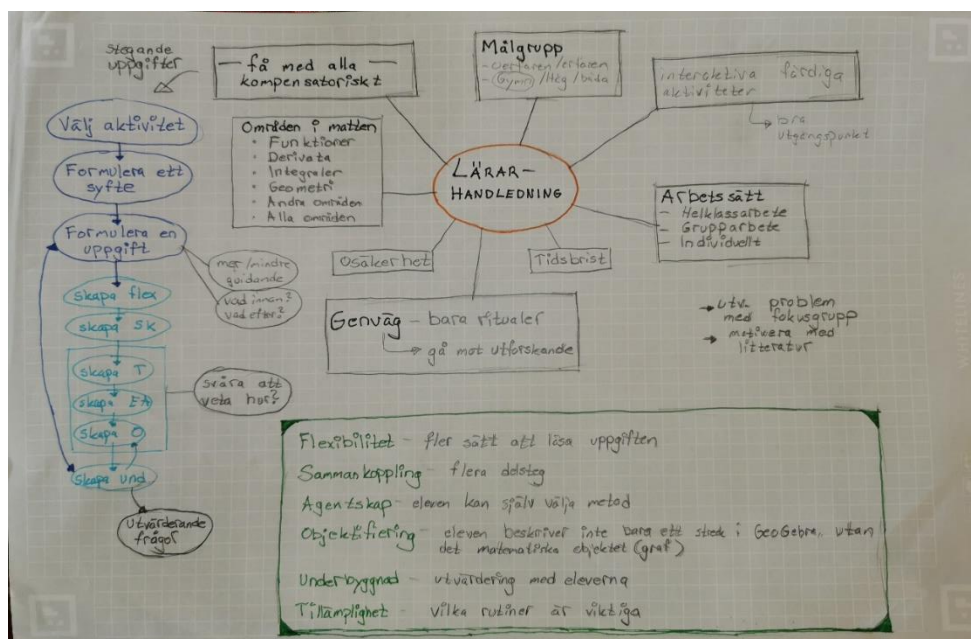
En brainstorming genomfördes av textförfattarna för att bestämma innehållet i lärarhandledningen samt hur lärarhandledningen kunde utvärderas. Denna

brainstorming skedde växelvist mellan individuellt arbete och arbete i par, då variationen bidrar till kreativare lösningar (Wikberg-Nilsson et al., 2015). Olika tankar och idéer skrevs ned individuellt och visades sedan upp i par, processen fortgick sedan så tills ett slutgiltigt resultat tagits fram.

Lärrarhandledningen designades och konstruerades i Powerpoint, och togs fram utifrån den tematiska analysen i Fas 1 samt brainstormingen.

Resultat 2 – Designval och produkt

Resultatet från brainstormingen, som sammanställdes i en mindmap visas i Figur 5.3.



Figur 5.3 - Bilden visar en mindmap som skapades över innehållet i lärrarhandledningen, genom brainstormingen.

Lärrarhandledningen riktades till både erfarna och oerfarna lärare, eftersom Davis et al. (2011) menar att en lärrarhandledning som passar för oerfarna lärare även kan vara till nytta för erfarna lärare. Lärrarhandledningar utformar undervisningen genom att hjälpa läraren att utöka sin repertoar, och spelar därför en särskilt stor roll för nyblivna lärare (Davis et al., 2011). Lärrarhandledningen byggde därför på att lärarna skulle skapa uppgifter som bygger på GeoGebra, vilket bedömdes bidra till att lärare adderar nya idéer till sin repertoar och därav var lämplig för oerfarna lärare.

Baserat på förstudiens resultat, där det framgick att färdiga aktiviteter upplevdes lättåtkomliga och användbara, beslutades det att utgå från färdiga aktiviteter i GeoGebras resurser. Dels för att spara tid och dels för att ge lärarna möjligheten att själva välja arbetssätt för att kunna utgå från den egna elevgruppen. Valmöjligheten motiverades också av att det är ett misstag vid konstruktionen av en lärrarhandledning att skapa en för specifik lärandesituation (Davis & Krajcik, 2005). Designen tillät

valmöjlighet genom en checklista i flödesschemat som innehöll saker läraren kunde tänka på vid utformningen av lektionen, bland annat arbetssätt, tidsåtgång och redovisningsform. Lärarna gavs utrymme att använda sin egen kompetens för att fatta beslut om sin undervisning, vilket är önskvärt enligt Davis och Krajcik (2005).

För att inte utgå från en för specifik lärandesituation valdes det även att inte fokusera på ett specifikt område i gymnasiematematiken. Därmed utformades designen på sådant sätt att lärare ska kunna använda lärarhandledningen i olika områden inom gymnasiematematiken. GeoGebra-aktiviteten behövde dock sättas in i något sammanhang och därmed inkluderades i en del i flödesschemat där lärarna kan reflektera över vilka förkunskaper eleverna har samt vad som är syftet och målet med lektionen där aktiviteten ska användas. Detta för att lärarna skulle få anpassa uppgiften och lektionen till sina egna elever, och använda sin egen kompetens (Davis & Krajcik, 2005).

För att lösa problemet med att elever tar genvägar baserades lärarhandledningen på idén att aktivt planera för undervisning där alla elever ska ges möjlighet till en avritualisering av rutiner. Ett grundantagande var att uppgifterna som skapas med lärarhandledningen behöver innehålla frågor som ger möjlighet att ta steg mot utforskande. Grundantagandet baserades på Hähkiöniemis (2017) forskning om hur olika frågor kan kategoriseras för att få olika svar från eleverna. De olika kategorier som konstruerades baserades på avritualiseringsstegen presenterade av Lavie et al. (2019). Till exempel inkluderades möjligheten att ställa frågor för flexibilitet, där uppgiften måste kunna lösas med hjälp av minst två olika lösningsprocedurer och eleven måste använda båda eller välja en av dem. Därmed inkluderades avritualiseringsstegen som ett planeringsverktyg i flödesschemat, för att stötta läraren i att formulera frågor till aktiviteten i GeoGebra.

Under brainstormingen beslutades även att lärarhandledningen, utöver ett flödesschema för planering, även behövde innehålla en beskrivning av materialet och en teoretisk del. I beskrivningen av materialet inkluderades syftet med materialet, en definition av vad det innebär att arbeta utforskande samt en lista över vad materialet innehåller. Beskrivningen var framför allt viktig för att kunna förmedla syftet med det kompensatoriska uppdraget till lärarna, samt för att ge en tydlig, lättöverskådlig bild av materialets innehåll. Den teoretiska delen innehöll dels en introduktion till teori om avritualisering och dels en sida med förklaringar till avritualiseringsstegen. Teoridelen var viktig för att en utbildande lärarhandledning med fördel delger bakomliggande teorier till läraren snarare än att försöka förmedla teorin genom läraren (Remillard, 2005).

När konstruktionen baserad på designvalen färdigställdes togs två beslut om produkten, inför nästa steg i processen. För att göra avritualiseringsstegen tydliga i flödesschemat skrevs nya beskrivningar av stegen relaterade till uppgiftskonstruktionen, vilka inkluderades i flödesschemat. Det framgick i detta skede att det var önskvärt att testa om dessa beskrivningar var tydliga för lärare att

förstå utan att vara helt insatt i det teoretiska ramverket. Det var önskvärt eftersom ett av målen för lärarhandledningen var att vara tidseffektiv och lättöverskådlig. Beslutet togs därmed att inte inkludera någon teoretisk beskrivning i Prototyp 1, för att testa hur flödesschemat kunde stå på egna ben. Den teoretiska beskrivningen sparades dock, för att inkluderas i en senare prototyp.

Det andra beslutet som togs var att skapa två designalternativ för att kunna utvärdera vad lärarna tyckte skulle vara mer lättöverskådligt. I de olika alternativen fanns exakt samma innehåll, men de skildes åt genom layouten av de olika stegen. Den ena utgick från pilar för att skapa ett flöde från start till slut och den andra utgick från block för att tydligt urskilja vilket innehåll som tillhörde vilken del.

Sammanfattning

Denna fas påbörjade att besvara cykelns tredje frågeställning, vilken löd:

3. Hur kan en intervention designas dels för att lösa eller motarbeta de problem som läraren upplever med GeoGebra, och dels för att stötta i det kompensatoriska uppdraget?

Det slutgiltiga resultatet från denna fas bestod av Prototyp 1, se Bilaga 6.

5.1.4 Fas 3 – En första fokusgrupp

Fas 3 utgjorde steget Utvärdering & Reflektion i första cykeln. Resultatet av denna fas bestod av valet av metod samt resultatet av den tematiska analysen av fokusgruppen. Fasen utgjorde en utvärdering av Prototyp 1 och syftade till att undersöka huruvida cykelns tredje frågeställning hade besvarats, samt hur prototypen kunde förbättras vidare.

Resultat 1 – Metodval

En fokusgrupp genomfördes i Fas 3 i syfte att utvärdera lärarhandledningen både för att se hur den användes och för att ta del av hur lärarna diskuterade användningen. Målet med Fas 3 var delvis att föreslå förbättringar till nästa cykel i designprocessen och därmed användes en utforskande fokusgrupp. Att undersökningen genomfördes som en fokusgrupp snarare än individuella intervjuer berodde på att fokusgruppsformatet innebar möjlighet att testa hur lärarhandledningen användes genom ett workshop-format, och därmed få se hur lärarna interagerade med materialet och varandra i en diskussion. Lärarnas uppfattning och förståelse av lärarhandledningen var central, och intervjuer var därför en bra metod för att få

tillgång till deltagarnas uppfattningar och åsikter (Björndal, 2015). På så sätt kunde olika tolkningar lyftas i en och samma intervju, så att lärarna kunde påverka varandra i sin användning av materialet och diskutera betydelsen av de avritualiseringssteg som presenterades i flödesschemat.

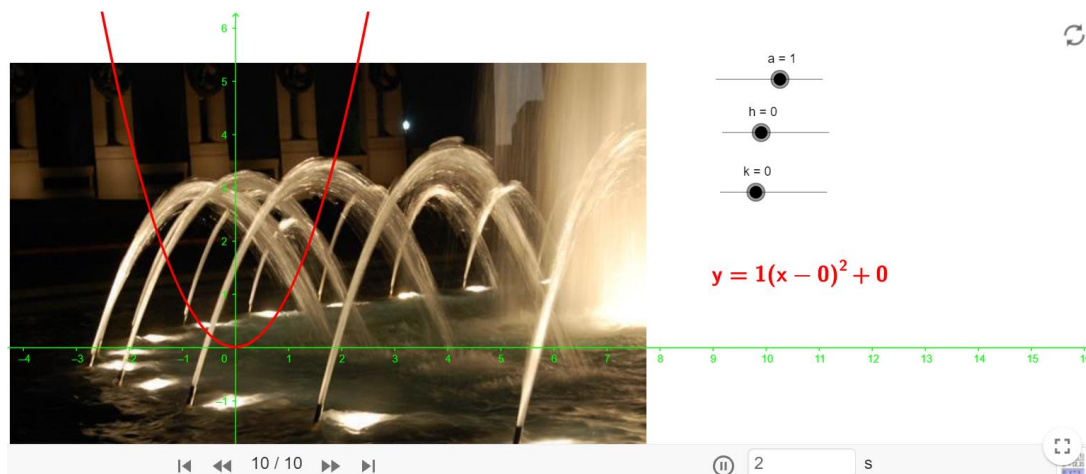
De två fokus som valdes till fokusgruppen, baserat på designen i Fas 2 och cykelns frågeställningar var

- att låta lärarna skapa och ge exempel på en uppgift med lärarställda frågor med hjälp av en given GeoGebra-aktivitet och flödesschemat.
- att låta lärarna beskriva sin upplevelse av planeringsmaterialet, både av innehåll och layout.

Dessa två fokus valdes för att dels utvärdera om lärarna förstod lärarhandledningens innehåll och använde materialet på det sätt som materialet var skapat för att användas, dels för att utvärdera vad lärarna tyckte om materialet.

Intervjuunderlaget som skapades innehöll två delar. Den första delen var en workshop mellan lärarna där de skulle ta fram en uppgift med hjälp av lärarhandledningen. Den andra delen innehöll intervjufrågor som relaterade till de problem som lärarhandledningen syftade till att lösa. I sin helhet bestod materialet för fokusgruppen av Prototyp 1, en utvald aktivitet i GeoGebra samt ett intervjuunderlag med en tidsagenda och intervjufrågor att ställa till gruppen. Intervjuunderlaget finns tillgänglig i Bilaga 4. Lärarna fick information om att förbereda sig genom att ta med papper och penna för eventuella anteckningar samt att bekanta sig med den utvalda GeoGebra-aktiviteten, vilken de också skulle ha tillgänglig under intervjun. Att läsa och bekanta sig med lärarhandledningen genomfördes under den avsatta tiden för fokusgruppen.

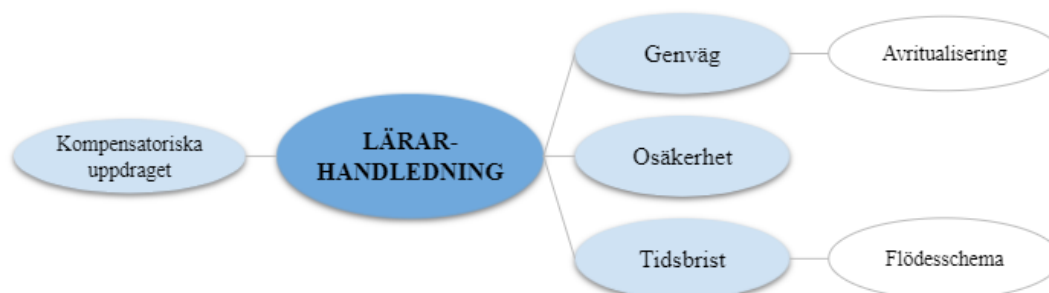
Den valda aktiviteten, som skickades till lärarna, berörde en parabel som kunde anpassas efter en bild av vattenstrålar från en fontän. En bild av aktiviteten, skapad av Jonas Hall (2012), finns i Figur 5.4. Valet gjordes att välja en aktivitet åt lärarna i stället för att låta lärarna välja en egen. Det bedömdes viktigt att lärarna tittade på samma aktivitet i detta första stadium för att tillsammans kunna diskutera hur de skulle använda lärarhandledningen i ett specifikt fall. Den specifika aktiviteten valdes eftersom den ansågs öppna upp för möjligheter att formulera avritualiserande frågor.



Figur 5.4 - Bilden visar den valda aktiviteten i GeoGebra. Från Hall, J. (2012). Vatten Parabel Modellering [Fotografi]. <https://www.geogebra.org/m/kbbZtaPP>. CC BY-SA 3.0

Resultat 2 – Tematisk analys

I Figur 5.5 finns hierarkin av teman som var resultatet från den tematiska analysen av fokusgruppen. Beskrivning av och motivering för varje tema, samt dess effekt på den fortsatta designprocessen presenteras i detta avsnitt.



Figur 5.5 - Bilden visar resultatet av den tematiska analysen i Fas 3, i form av den hierarki som skapades för att sortera utvalda teman

En beskrivning av varje tema finns i Tabell 5.2. Samtliga teman som valdes berörde lärarhandledningens innehåll och layout för att aktivt undersöka om prototypen löste lärarnas upplevda problem samt hjälpte läraren i det kompensatoriska uppdraget. Detta involverade att söka förbättringsmöjligheter för fortsatt utveckling av prototypen.

Tabell 5.2 - Tabellen visar de teman som definierades med en beskrivning.

Tema	Beskrivning
Lärarhandledning	Övergripande tema. Samtliga teman berörde lärarhandledningens innehåll och layout i relation till de problem som lärarhandledningen ämnade lösa, samt det kompensatoriska uppdraget.
Tidsbrist	Problemet med tidsbrist bemöttes genom att det gick snabbt att sätta sig in i materialet, eftersom det var lättöverskådligt och tydligt. Det fanns dock utrymme för förbättring i form av förtydliganden i flödesschemat.
Flödesschema	De förtydliganden som behövdes gällde flödesschemats layout samt innehållet i del 2, 3 och 4.
Osäkerhet	Problemet med lärares osäkerhet bemöttes genom att materialet gav ökad säkerhet och var användbart för förberedelse av lektioner med GeoGebra.
Genväg	Problemet med att elever tar genvägar bemöttes genom att det var möjligt att konstruera uppgiftsfrågor innehållande avritualiseringsstegen. Det fanns dock utrymme för förbättring i form av en tydligare beskrivning av avritualisering.
Avritualisering	Syftet med avritualiseringen framgick inte tillräckligt tydligt, och inkludering av teori behövdes.
Kompensatoriska uppdraget	Det framgick inte tydligt hur lärarhandledningen kunde stötta lärarna i det kompensatoriska uppdraget.

Tema Tidsbrist

Ett av problemen som skulle bemötas var *Tidsbrist*, vilket i lärarhandledningen operationaliserades som att flödesschemat behövde vara lättöverskådligt och tydligt. Lärarna var överens om att det gick snabbt att sätta sig in i materialet och att det var tydligt, vilket illustreras med följande citat:

- I – Hur kändes det, tidsmässigt, att sätta sig in i materialet?
- L3 – Det gick rätt fort.
- L4 – Ja.
- L1 – 10 minuter räckte gott och väl, tyckte jag. Så att det var ju ganska... det är ju inte lång tid. Det är bra. Det var ju tydligt och strukturerat och inte fluffigt utan liksom ganska pang på, så där. Inte så mycket text.

Otydligheter i *Flödesschemat* ledde dock till att det tog längre tid att förstå och använda materialet.

För det första var det svårt för lärarna att svara på frågorna gällande aktivitetens syfte i del 2, vilket belyses med följande två idéer som lyftes efter varandra under fokusgruppen:

- L4 – [...] För då kan man koppla det till nollproduktsmetoden. Då kan de få den här funktionen i princip i faktorerad form och sen kunna multiplicera ut för att komma tillbaka till den ordinarie, eller utvecklade, ekvationen. Så att de kan hoppa mellan rötter, nollproduktsmetoden och den utvecklade ekvationen [...].
- L3 – Man skulle ju kunna ha som mål att eleverna skapar en liknande GeoGebra för en tredjegradsfunktion och det kan vara det som de lämnar in eller visar upp i slutet.

Svårigheten att formulera syfte och mål antogs därmed bero på att lärarna hade olika idéer och inte kom överens om en gemensam elevgrupp till vilken uppgiften skulle riktas. Det kunde också bero på att det var svårt att prata om kontext och förkunskaper innan uppgiften formulerats, då syftet blev tydligare allt eftersom lärarna började skapa en uppgift. För att snabbare komma i gång med att skapa uppgiften samt förtydliga det viktigaste innehållet behövde del 2 formuleras om och kortas ner i nästa prototyp. Delen bedömdes dock vara viktig att ha kvar för att läraren själv skulle kunna vara agent i sin egen designprocess av en lektion.

För det andra var det inte tydligt i del 3 att alla avritualiseringssteg inte behövde finnas med i en och samma uppgift, vilket L2 var inne på i detta citat:

L2 – Om man tittar på, kanske framför allt [del] 3, så är det ganska många delfrågor och jag kan tycka då att pilen gör att man tänker att man ska följa 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 vilket kanske inte alltid är fallet där. Så. Man vill absolut ha flexibla frågor och sammankoppling till tidigare kunskaper och så där, men det känns lite mer som att då följer man det flödet hela tiden och jag tycker väl snarare att de där punkt 3 är väldigt, så här, att man hoppar runt, egentligen.

Avritualiseringsstegen behövde inte heller användas i någon specifik ordning, utan läraren kunde, som L2 uttrycker, hoppa runt mellan de olika stegen. Detta var inte helt tydligt i lärarhandledningens layout. En möjlig lösning kunde vara att ha kvar pilarna för att markera flödet, men att förtydliga att ordningen på stegen och antalet steg att involvera i uppgiften var valfritt. Detta motsvarade att behålla det första designalternativet på flödesschemat. Dock önskade förtydligandet göras i layouten eftersom mer text inte var önskvärt att tillföra, ur ett perspektiv av lärarnas *Tidsbrist*.

Slutligen, i del 4, var det inte helt tydligt vad denna del hade för syfte. L4 tolkade rutan som en möjlighet till utvärdering, och uttryckte följande:

L4 – Jag uppfattade det som att man skulle göra det... För att ibland gör man ju en planering och sen så har man lektionerna, och så blir det inte som planeringen, av olika anledningar. Det kanske är många frågor och dom intresserade sig för något exempel. Så jag tänkte då att man följer upp efter lektionen med den här.

Detta syfte behövde förtydligas, eftersom det inte var uppenbart i vilket skede del 4 skulle genomföras, vilket i sin tur är ett problem relaterat till hur lättöverskådligt materialet var.

Förutom detta föreslogs det även under lärarnas diskussioner om del 4 att använda flera arbetssätt under samma lektion. Detta kunde tyda på att del 4 inte var begränsande i sitt format utan gav inspiration till nya idéer. L3 föreslog följande upplägg:

L3 – Ja, enskilt, par, alla. Jag skulle kanske låta dom titta lite på den själva först och bekanta sig med den. Och sen diskutera två och två eller kanske i en större grupp och sen lyfta frågorna i helklass. Så jag skulle checka alla rutor där, på arbetsform.

Tolkningen av detta var att del 4 var en bra del med lärarens agentskap i åtanke, men att den kunde förtydligas. Dessutom skapade diskussionerna kring del 4 en idé om att

lägga till en utvärderingsruta som en ytterligare del i flödesschemat, för att läraren skulle ges möjlighet att planera för utvärdering. För att inte bidra till en markant ökad tidsinvestering skulle dock utvärderingsrutan behöva vara kort och koncist formulerad. Med detta arbetes tydliga fokus på planeringsarbete krävdes inte någon djupare analys av lärarnas utvärdering.

Sammanfattningsvis behövde uppdateringar göras i flödesschemat för att öka tydligheten och lättöverskådligheten, och därmed minska mängden tid det tar att sätta sig in i lärarhandledningen.

Tema Osäkerhet

Nästa problem berörde lärarnas *Osäkerhet*. Genom lärarhandledningen gavs lärarna ett verktyg för att förbereda sina lektioner. L3 uttryckte följande:

L3 – Min första tanke är att det här är ju ett bra material och förmodligen så tänker man på ungefär de här sakerna när man väljer ett material och när man planerar en lektion. Fast nu med den här guide-mallen så kan man även vara säkrare på att man får med allting och att man utnyttjar materialets alla möjligheter.

Samtliga lärare såg möjlighet att använda lärarhandledningen i sin planering, och därmed kunde det konstateras att den hade potential att minska osäkerheten. För att kunna vara en utbildande lärarhandledning saknades dock det teoretiska ramverket, vilket behövdes inkluderas i nästa prototyp.

Tema Genväg

Vidare upplevde lärarna problem med att eleverna tar *Genvägar*. För att stötta eleverna till att inte ta genvägar var det nödvändigt att tydliggöra för lärarna på vilket sätt *Avritualiseringsstegen* kunde vara en bidragande faktor för att lösa problemet. Lärarna fokuserade främst på sammankoppling och flexibilitet för att formulera frågor till uppgiften genom användning av lärarhandledningen. Ett exempel på det beskrevs av L2:

L2 – [...] och en flexibilitet kan väl vara så att de testar jättemånga olika utseenden på den. Att det finns bara inte en graf de är ute efter, utan det är egentligen... *a* kan vara -2, 3 eller 1,4.

Med andra ord gick flödesschemat att använda, och lärarna planerade för en uppgift där avritualiseringssteg ingick. Dock uppstod en oklarhet med avritualiseringsstegens syfte. En av lärarna, L4, tolkade syftet med lärarhandledningen som att utforskande arbete skulle ersätta arbete med ritualer. L4 beskrev att hen ville lägga fokus på både underbyggnad och procedurer, vilket uttrycktes i nedanstående citat:

L4 – Det där punkt 3.6, Underbyggnad. Få eleverna att fokusera på svaret, resultatet, i stället för delstegen i lösningen. Jag vill att mina elever ska fokusera på delstegen och svaret.

Att både utforskande och ritualer är viktiga framgick inte tydligt nog för läraren, och därför behövde det förtydligas att ritualerna är en viktig utgångspunkt. Det behövde framgå att syftet med lärarhandledningen var att gå vidare från utgångspunkten ritualer till utforskande, och inte att ersätta ritualerna. Inkluderingen av det teoretiska ramverket kunde vara en lösning för att förtydliga syftet för lärarna, och ge mer förklaring till avritualiseringsstegen utan att göra flödesschemat mer tidskrävande att läsa och använda. Ytterligare en lösning var att inkludera exempel på uppgifter för att visa hur flödesschemat var tänkt att användas.

Sammanfattningsvis behövde det teoretiska ramverket inkluderas och syftet på den inledande sidan behövde uppdateras för att tydligare integrera avritualiseringen och göra lärarhandledningen utbildande.

Tema Kompensatoriska uppdraget

Slutligen var syftet med lärarhandledningen att assistera läraren i det *Kompensatoriska uppdraget*. Detta var inte tydligt i lärarnas arbete med att ta fram en uppgift. L1 uttryckte att uppgiften blev på en för svår nivå för en del elever om alla avritualiseringssteg behövde finnas med:

L1 – Ja, det blir en hög kognitiv nivå som krävs. För då har man ju konstruerat utifrån väldigt många kriterier och liksom fått in mycket i uppgiften och jag menar, vissa elever har ju inte med sig alla kunskaper från tidigare kurser. Om man då börjar med att det ska vara tillbakasyftande och tillämplande på något som de redan kan, då kanske de inte har riktig koll på det.

Lärarna gav liknande, återkommande kommentarer om att alla elever inte kommer att kunna jobba med hela uppgiften. Lärarna formulerade frågor i början som var till för att bekanta sig med GeoGebra och aktiviteten. Därefter formulerades, enligt lärarna, svårare frågor som troligtvis inte alla elever skulle kunna svara på. I och med detta tolkades det vara viktigt att syftet med det kompensatoriska uppdraget framgick tydligare i lärarhandledningen. Detta kunde också relateras till missförståndet att varje avritualiseringssteg skulle behöva ingå, med lösningen att tydligare förmedla hur uppgiften kan skapas.

I kommande designcykel bedömdes det viktigt att vidare undersöka det kompensatoriska uppdraget och hur lärare planerar för det med hjälp av lärarhandledningen, eftersom det lyftes att uppgifterna som skapas kan bli för svåra.

Sammanfattning

Prototyp 1 utvärderades gentemot cykelns tredje frågeställning:

- 3. Hur kan en intervention designas dels för att lösa eller motarbeta de problem som läraren upplever med GeoGebra, och dels för att stötta i det kompensatoriska uppdraget?*

Problemet med *Tidsbristen* bemöttes med att skapa en lättöverskådlig lärarhandledning, vilket bekräftades under fokusgruppen. Uppdateringar av *Flödesschemat* i kommande cykel behövde göras för att ytterligare förtydliga innehållet. I kommande ändringar i lärarhandledningen behövde tidsbristen fortsatt tas i beaktning. Lärarnas *Osäkerhet* bemöttes genom skapandet av ett planeringsverktyg som bedömdes användbart av deltagande lärare. För en fullständig utbildande lärarhandledning saknades dock det teoretiska ramverket. Problemet *Genväg* bemöttes genom inkludering av avritualisering, men det var inte helt tydligt för lärarna hur detta skulle användas. För att förtydliga behövde den inledande sidan uppdateras för att göra syftet tydligare och dessutom behövdes ett tillägg av ett teoretiskt ramverk och praktiska exempel. Syftet med lärarhandledningen rörande det *Kompensatoriska uppdraget* behövde tydliggöras i lärarhandledningen och det behövde undersökas vidare hur lärarna planerar för kompensatoriska uppdraget med hjälp av lärarhandledningen.

Sammanfattningsvis ledde detta till att det fortsatta arbetet fokuserade på en mer omfattande inkludering av teori, i kombination med att förtydliga och utvärdera det kompensatoriska uppdraget.

5.2 Andra cykeln

Andra cykeln i detta arbete inkluderade två nya frågeställningar för andra cykeln, omarbetning i Analys & Utforskning, Design & Konstruktion av Prototyp 2 samt Utvärdering & Reflektion genom flera fokusgrupper. Resultatet från Analys & Utforskning består av en omarbetning av arbetets mål för cykeln. Resultatet för Design & Konstruktion består av Prototyp 2. Slutligen resulterade Utvärdering & Reflektion i ett metodval för utvärderingen och en tematisk analys av fokusgrupperna.

5.2.1 Frågeställningar

Utifrån resultatet av den första cykeln, samt med hänsyn till de övergripande frågeställningarna, formulerades nya frågeställningar till andra cykeln. För att påminna läsaren upprepas de övergripande frågeställningarna nedan:

- *Hur kan en praktisk intervention designas för att stödja lärares undervisning med GeoGebra och arbetet med kompensatoriska uppdraget?*
- *Hur kan lärare planera för avritualiserande aktiviteter i GeoGebra som stöttar det kompensatoriska uppdraget?*

Följande frågeställningar formulerades sedan för andra cykeln:

- 4. Hur kan lärarhandledningen designas om baserat på lärarnas upplevda problem och föreslagna förändringar från första cykeln?*
- 5. På vilka sätt stödjer lärarhandledningen planeringsarbetet med avritualisering?*
- 6. Hur upplever lärare att lärarhandledningen möjliggör det kompensatoriska arbetet?*

5.2.2 Fas 4 – Omarbetning

Fas 4 utgjorde steget Analys & Utforskning i andra cykeln. Resultatet av denna fas utgjordes av en omarbetning av examensarbetets mål i denna cykel.

Resultat – Omarbetning

Ingen ny litteratur lades till i det teoretiska ramverket i denna fas. Det teoretiska ramverket från första cykeln och den feedback som erhöles genom fokusgruppen i Fas 3 ansågs vara tillräckligt underlag för att gå vidare till nästa fas. Därför gjordes alltså ingen omarbetning av det teoretiska ramverket och ingen ny litteraturgenomgång. I stället gjordes en omarbetning av arbetets mål i denna cykel för att skifta fokus från utveckling av prototypen till ett större fokus på undersökning av det teoretiska ramverket i relation till prototypen. Detta gjordes, för det första, genom att i Design & Konstruktion i Fas 5 förstärka förankringen i det teoretiska ramverket. För det andra gjordes det genom att i Utvärdering & Reflektion i Fas 6 ställa frågor om samt analysera hur avritualiseringen kunde stödja planeringen samt hur lärarna upplevde kopplingen till det kompensatoriska uppdraget.

I första cykeln lades ett stort fokus på att framställa en första prototyp och att ta fram ett teoretiskt ramverk, och denna cykels främsta mål blev att tydliggöra ramverket i prototypen och sedan undersöka huruvida avritualiseringen användes i ett kompensatoriskt syfte.

Sammanfattning

Det beslutades att inte lägga till någon ny litteratur i det teoretiska ramverket, och i stället riktades fokus mot att implementera och undersöka ramverkets funktion noggrannare. Resultaten från första cykeln bedömdes tillräckliga för att gå vidare till nästa fas.

5.2.3 Fas 5 – Prototyp 2

Fas 5 utgjorde steget Design & Konstruktion i andra cykeln, där fasens resultat bestod av Prototyp 2. Vidare följer en genomgång av de designval som gjordes i prototypen.

Resultat – Designval och produkt

Den inledande sidan i lärarhandledningen omformulerades. Det förtydligades att även fokus på procedurer är viktigt i undervisningen, men att syftet med denna lärarhandledning var att gå bort från det processfokuserade arbetssättet. Förtydligandet gjordes genom att information adderades om ritualernas betydelse, och i samband med det poängterades att syftet med denna lärarhandledning var att planera för undervisning där eleverna ges en möjlighet att jobba utforskande utöver ritualerna.

Vad gäller designen av flödesschemat behölls designalternativ 1 som följde en pil, för att behålla strukturen som markerade flödet. Flödesschemat delades sedan upp på två sidor och texten förstorades för ökad tydlighet. Avritualiseringsstegen flyttades till en enskild ruta och instruktionerna omformulerades. Del 4 som fick mer plats döptes om till *Använd uppgiften i en lektion* och instruktionerna i delen formulerades om och förtydligades. En utvärderingsruta lades till sist i flödesschemat och det lades även till en tipsruta om att använda arbetssättet Enskilt, Par, Alla (EPA).

Den fördjupande teorin som tidigare skapats men exkluderats från lärarhandledningen inkluderades i denna prototyp. Teoridelen bestod av en teoretisk beskrivning av avritualisering samt mer detaljerade beskrivningar av de sex olika avritualiseringsstegen. Det lades även till två exempel på uppgifter som skapats med hjälp av flödesschemat, för att visa på en praktisk användning av teorin. Det lades inte till någon information i lärarhandledningen om hur uppgifterna i exemplen var kopplade till de olika avritualiseringsstegen, då det ansågs intressant att undersöka om lärarna kunde se någon koppling på egen hand. Frågorna skapades dock utifrån avritualiseringsstegen i del 3, se Tabell 5.3.

Tabell 5.3 - Tabellen visar de frågor som inkluderades i exemplen i lärarhandledningen, kopplade till det eller de avritualiseringssteg frågan baserades på.

Exempel	Fråga	Avritualiseringssteg
1	Sätt in punktens x-värde i funktionens derivata, dvs. beräkna $f'(2)$. Kan du se något samband mellan värdet på $f'(2)$ och linjens ekvation?	Sammankoppling
	Prova även att sätta punkten till $P=(0,-1)$ och beräkna $f'(0)$? Vad finns det för samband mellan derivatan och linjens ekvation? Prova att derivata linjens ekvation, ser du sambandet tydligare nu?	Sammankoppling
	Försök nu att förklara sambandet mellan derivatan, $f'(x)$ och linjens ekvation! Använd följande begrepp: derivata, lutning, andragsgradsfunktion, linje, punkt.	Sammankoppling Objektifiering Elevers agentskap
	Om du har linjens ekvation i punkten, hur kan du se att du beräknat derivatan rätt?	Underbyggnad

2	Beskriv sambandet mellan värdena på x & y och k-värdet.	Sammankoppling
	Hur kan du bestämma lutningen för en linjär funktion?	Flexibilitet Elevers agenskap
	Hur kan du bestämma räta linjens ekvation?	Elevers agenskap Tillämplighet

Det är möjligt att flera avritualiseringssteg förekom i uppgifterna men det var dessa som medvetet användes när exemplen skapades.

Sammanfattning

Denna fas besvarade fråga 4 i den andra cykeln, vilken var:

- 4. Hur kan lärarhandledningen designas om baserat på lärarnas upplevda problem och föreslagna förändringar från första cykeln?*

Det slutgiltiga resultatet var Prototyp 2, vilken finns i sin helhet i Bilaga 7.

5.2.4 Fas 6 – Fokusgrupper

Fas 6 utgjorde steget Utvärdering & Reflektion i andra cykeln. Resultatet av denna fas var valet av metod samt resultatet av den tematiska analysen av fokusgrupperna.

Resultat 1 – Metodval

Att använda fokusgrupper som metod i denna fas motiverades på liknande sätt som i Fas 3. Eftersom både diskussion mellan lärare och möjligheten att ställa frågor till lärarna om deras uppfattning av materialet bedömdes viktigt även denna gång, valdes den utforskande fokusgruppen som metod även i detta fall.

I Fas 6 användes två fokus som utgångspunkt för att planera fokusgrupperna, vilka var

- att låta lärarna skapa en uppgift med hjälp av en egen GeoGebra-aktivitet, för att utvärdera på vilket sätt lärarhandledningen stöttar vid planering för avritualisering.
- att låta lärarna beskriva sin upplevelse av planeringsmaterialet med avseende på avritualisering samt det kompensatoriska uppdraget.

Totalt deltog åtta personer, dels de fyra lärare som deltog i fokusgruppen i Fas 3 och dels fyra lärarstudenter som aldrig tidigare hade sett lärarhandledningen. Det konstaterades att lärarstudenterna kanske skulle få svårt med vissa uppgifter eller

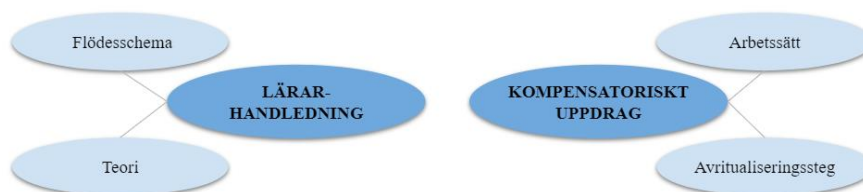
intervjufrågor under fokusgruppen eftersom de inte var aktiva lärare och därmed inte kunde relatera till en riktig elevgrupp. Det var ett medvetet beslut att ändå ställa dessa frågor till lärarstudenterna eftersom deras insikt i frågan, som blivande lärare, bedömdes kunna vara av intresse. Att lärarstudenter valdes ut till att delta berodde just på deras begränsade erfarenhet. Med tanke på att lärarhandledningen delvis syftade till att motverka lärares osäkerhet med att använda GeoGebra var lärarstudenter ett bra val av deltagare, eftersom de saknade en erfaren lärares säkerhet. Lärarstudenterna kunde också sägas tillhöra kategorin oerfarna lärare, och var därför en målgrupp för lärarhandledningen. De behövde inte heller ha någon tidigare erfarenhet av att undervisa med GeoGebra. Urvalsprocessen för deltagarna beskrevs i kapitlet *Metodologi*.

Underlaget som användes under fokusgrupperna i Fas 6 bestod av Prototyp 2 och en agenda med tidsplanering samt utvalda intervjufrågor att ställa till grupperna. Lärarna fick instruktioner om att läsa igenom Prototyp 2 innan fokusgruppen. De tog även med sig egna GeoGebra-aktiviteter till tillfället, eftersom det som skulle undersökas var hur lärarna skulle använda lärarhandledningen i sin egen undervisning. Den slutgiltiga agendan för fokusgrupperna finns i Bilaga 5.

En tematisk analys genomfördes sedan på transkriberingarna av de inspelade fokusgruppssamtalen, på det sätt som beskrivits och motiverats i *Metodologin*.

Resultat 2 – Tematisk analys

Nedan följer resultatet av den tematiska analysen av fokusgrupperna i Fas 6. I Figur 5.6 syns hierarkin av teman som skapades utifrån det transkriberade materialet. Två övergripande teman definierades och varje övergripande tema innehöll två teman.



Figur 5.6 - Bilden visar resultatet av den tematiska analysen i Fas 6, i form av den hierarki som skapades för att sortera utvalda teman.

Ett övergripande tema berörde lärarnas åsikter om *Lärarhandledningens* begriplighet och användbarhet, och ett övergripande tema berörde lärarnas användning av lärarhandledningen i koppling till det *Kompensatoriska uppdraget*. I detta avsnitt kommer först det övergripande temat *Lärarhandledning* att beskrivas med dess tillhörande teman. Därefter presenteras det övergripande temat *Kompensatoriskt uppdrag*, med tillhörande teman.

Övergripande tema – Lärarhandledning

Baserat på de ändringar som gjordes i Prototyp 2 motiverades ytterligare ändringar för att förbättra lärarhandledningen, utifrån de identifierade problemen lärarna upplevde i förstudien och det kompensatoriska uppdraget. Detta övergripande tema involverade förändringar för att öka tydlighet och göra lärarhandledningen mer lättanvänd. I Tabell 5.4 finns en beskrivning av tillhörande teman. Otydligheter i *Flödesschemat* kunde urskiljas som uppdragades i fler än en fokusgrupp, och dessutom fanns några synpunkter på den *Teori* som lärarhandledningen innehöll.

Tabell 5.4 - Tabellen visar de teman som definierades i relation till det övergripande temat Lärarhandledning, med en beskrivning.

Tema	Beskrivning
Lärarhandledning	Övergripande tema. Berör förutsättningar och förändringar för att göra lärarhandledningen tydligare.
Flödesschema	Flödesschemat kunde förtydligas genom mindre korrigeringar och tillägg.
Teori	Teorin upplevdes vara tydlig, men en förbättring kunde ske genom inkludering av referenser, samt kopplingar mellan exemplen och avritualiseringsstegen. Teorin bedömdes bli lättare att förstå ju fler gånger lärarhandledningen används.

Tema Flödesschema

För det första uttryckte både lärare och lärarstudenter att det vore bra att kunna använda lärarhandledningen i relation till existerande uppgifter, för att inte behöva formulera frågor helt på egen hand och därmed motverka tidsbristen. Detta uttrycktes bland annat av L2 och S1 enligt:

L2 - Och till exempel att välja en lektionsaktivitet i GeoGebra, [...] om du utgår från den, utifrån ett syfte, så kan det kanske vara skönt också att försöka koppla samman med någon uppgift på något nationellt prov. [...] Att man redan har, kanske, frågor som man vet att "ja, men det här är rimliga frågor att ställa", också.

S1 – Men att skapa från scratch, jag tror det kan vara lite tidskrävande. Men jag tror även att med de här exemplen så kan det visa att det kanske inte är så jättesvårt att ta fram uppgifter. För liknande uppgifter finns ju i boken. Man kan ju ta uppgifter från boken och koppla det till en aktivitet som man hittar på GeoGebra.

Genom att i flödesschemat tipsa om att hämta inspiration från redan konstruerade frågor skulle alltså läraren potentiellt kunna spara tid i planeringsarbetet.

För det andra framgick syftet med lärarhandledningen tydligare i Prototyp 2 än i Prototyp 1, där en av lärarna uttryckte syftet på följande vis:

I - Vad tolkar ni är syftet med den här lärarhandledningen?

L1 – Jaa, det är väl att helt enkelt gå från procedur till mer... alltså gå från en uppgiftstyp av procedurtyp, till mer utforskande och utredande karaktär på uppgiften. Så tolkar jag det lite.

En lärarstudent poängterade dock att utvärderingsdelen av lärarhandledningen bör fokusera på att utvärdera om eleverna fick möjlighet att ta steg mot avritualisering, för att koppla samman med syftet. Även om det inte lades mycket vikt vid den utvärderande delen i flödesschemat tidigare, var detta relevant input för att framhäva lärarhandledningens syfte ytterligare. Lärarstudenten lyfte detta i följande uttalande:

S3 - På utvärderingen så har ni frågorna "Vad fungerar bra?" och "Vad kommer du göra annorlunda till nästa gång?". Där kanske man hade kunnat ställa fler frågor om, ja men typ så här, att man reflekterar över "Utforskade eleverna eller hamnade vi i en ritual?", "Varför gjorde vi det?". Alltså, lite såna frågor kanske hade varit bra att ha med, och reflektera över, i och med att det är ju som syftet med det här också.

För att ytterligare framhäva lärarhandledningens syfte konstaterades därmed att *Del 2 - Bestäm syfte och mål* i flödesschemat också behövde ha en tydligare koppling till avritualisering. Att aktivitetens syfte och mål inte tydligt skulle utgå från att vara utforskande bedömdes kunna skapa en risk att fastna i ritualiserat lärande. Det skulle motverka att lösa problemet med att elever tar genvägar.

Sammanfattningsvis konstaterades vikten av att syftet som lärarna formulerade för uppgiften var utforskande och avritualiserande, samt att utvärderingen behövde fokusera på om eleverna fick möjlighet att gå mot utforskande.

Tema Teori

Teorin i lärarhandledningen var ett tillägg som bemöttes med positiv kritik. Det upplevdes lättläst och tydligt beskrivande. Inkluderingen av ett teoretiskt ramverk upplevdes stödja lärarhandledningens utbildande syfte, och stärkte lärarhandledningens trovärdighet eftersom den hade tydligt stöd i aktuell forskning. Dock önskades det att den teoretiska beskrivningen skulle utökas med referenser för att ytterligare stärka kopplingen till forskning, samt förenkla för lärare att fördjupa sig mer i ramverket. Följande citat sammanfattar de åsikter som lyftes i flera av fokusgrupperna.

L3 – [...] jag skulle vilja ha teoriavsnittet ännu mer utbyggt. Och med referenser också, så man kan om man vill... ja dels om man vet att det finns en vetenskaplig förankring och man kan peka på det. Alltså, om den här används av andra som inte vet riktigt ursprunget och så där, då måste man kunna gå till källan.

S3 – Jag har inte tänkt på att det skulle ha varit svårt att sätta sig in i [teorin]. Jag har inte tänkt på det så mycket alls, utan jag tyckte det var tydligt vad som menades.

Därmed drogs slutsatsen att teorin var tydlig att läsa men att referenser behövde inkluderas.

Ytterligare en möjlighet för att förbättra lärarhandledningen lyftes gällande teorin i exemplen. Både lärare och lärarstudenter lyfte att det vore förtydligande om frågorna i uppgifterna i exemplen markerades med vilket eller vilka av avritualiseringsstegen som kopplades till frågan. Följande två citat belyser denna åsikt:

L2 - Någonting jag tänker på, det är att "Exempel på lektionsaktivitet" så att... Rent krastt nu, så satt ju faktiskt vi och läste och noterade att ni hade de här olika begreppen med, liksom, till exempel sammankoppling och så. Men om det ska vara exempel på lektionsaktivitet, och en lärare ska läsa det här, så skulle det kunna finnas ett värde, kanske, att ha med till exempel Steg 3 i uppgift. Att man på något sätt skriver att "här använder vi oss av den här sammankopplingen", så, kanske på något exempel bara.

S1 – Nä, men som sagt, i de här exemplen om ni kan ta med det här, flexibilitet, sammankoppling, tillämplighet, elevens agentskap, objektifiering och underbyggnad, så kan det bli enklare för mig att ta fram en uppgift utifrån det exemplet som ni har.

Det framgick dock att exemplen var användbara för lärarna och uppfyllde syftet till varför de inkluderades, för att med ett praktiskt exempel visa hur flödesschemat syftade till att användas. Två exempel på denna åsikt belyses med följande citat:

L1 - Min utgångspunkt var att ni har skapat de här exemplen precis utifrån eran handledning. Alltså att man då kan få lite ledning i hur man ska tänka, genom att läsa exemplen, då.

L3 - [Exemplen] är rätt detaljerade. Jag måste erkänna att jag skumläste dem. Jag tyckte att jag behöver inte dem just nu. Men om jag skulle vara ny inför det här så skulle jag titta mer på dem.

L4 – Mm. Jag tycker den är jätterelevant, faktiskt.

Sammanfattningsvis konstaterades det därmed att exemplen skulle ha varit mer användbara, och bidragit till det utbildande syftet, om de markerades med avritualiseringsstegen, sådant att läraren fick en motivering av hur exemplen konstruerades. Exempler kunde därmed minska lärarnas osäkerhet genom ytterligare förtydligande av hur avritualiseringsstegen kunde användas.

Det lyftes även av både lärare och lärarstudenter att lärarhandledningen skulle vara mer tidskrävande och svåränvänd första gången den användes. Flertalet användningar av lärarhandledningen skulle ge en progression i hur enkel den var att använda. Följande citat är taget från en av lärarna, L1:

L1 - [...] första gångerna kan det ta ganska lång tid, tror jag, att använda den här och sen kommer det flyta på mer och mer.

Även lärarstudenterna uttryckte att materialet skulle bli mer lättanvänt med tiden, vilket belyses med detta citat från S3:

I - Tyckte ni att det tog lång tid att, liksom, ta sig igenom och läsa materialet?

S4 - Nää. Det skulle jag inte säga.

[...]

S3 - Jag tyckte inte heller det. Och jag tänker särskilt om man skulle använda det här flera gånger, så blir det ju bara lättare och lättare att använda materialet också, i och med att det ändå finns, ja men, det här flödesschemat. Det är så tydligt ändå, hur man ska tänka med den här modellen.

Det framgick alltså att teorin till en början kunde vara svår att hinna läsa vid tidsbrist. Flödesschemat som var det huvudsakliga planeringsverktyget uppfattades dock kräva mindre tid att använda när det använts flera gånger.

I linje med Davis och Krajciks (2005) fjärde designprincip fokuserade lärarhandledningen på att beskriva teorin bakom innehållet. Lärarhandledningen var utformad på ett sådant sätt att läraren själv kunde bestämma hur avritualiseringen förmedlades till eleverna. Den utgick inte från instruktioner till läraren om hur denne skulle jobba klassrummet, utan snarare fokuserade den på att inspirera läraren att använda GeoGebra. I fokusgrupperna syntes detta genom att alla grupper och deltagare hade olika sätt att använda teorin som underlag när de skapade uppgifter. I sin tur motverkades lärarnas osäkerhet då de inte bara fick nya idéer att lägga till i sin repertoar, utan även teori att knyta an till dessa idéer. Detta är något Davis och Krajcik (2005) påpekar skulle bidra till att lärarna bättre kan tillämpa sina kunskaper mer adaptivt.

Att lärarhandledningen inte innehöll några detaljerade instruktioner bidrog även till att den kunde främja lärarnas pedagogiska designkapacitet, enligt den femte designprincipen av Davis och Krajcik (2005). Den pedagogiska designkapaciteten påverkade lärarnas förmåga att kunna anpassa materialet till sina elever på ett effektivt sätt, samt hur läraren kunde använda sina kunskaper till att faktiskt skapa uppgifter (Remillard, 2005). För de oerfarna lärarna medförde det att det var svårare att använda lärarhandledningen, vilket bekräftades av att det under fokusgrupperna nämndes att den kunde bli mer lättanvänd med tiden. Målgruppen för lärarhandledningen inkluderade dock oerfarna lärare och även om det kunde krävas mer tid för dem att börja använda lärarhandledningen, fick de möjlighet att skapa flera nya idéer att lägga till i sin repertoar. Därmed stärktes lärarhandledningen i sitt syfte att vara utbildande och för att minska lärarnas osäkerhet.

Övergripande tema - Kompensatoriska uppdraget

Detta avsnitt behandlar de resultat av den tematiska analysen som relaterade till lärarnas arbete med det *Kompensatoriska uppdraget* med stöd i lärarhandledningen. Lärarnas arbete kopplades till lärarnas faktiska användning samt upplevelse av lärarhandledningen under fokusgruppssamtalen. I Tabell 5.5 finns en beskrivning av tillhörande teman. Dels arbetade lärarna med det kompensatoriska uppdraget genom att planera för olika *Arbetsätt* i klassrummet, och dels diskuterades huruvida *Avritualiseringsstegen* kunde vara ett verktyg för att planera för att ge alla elever möjlighet till avritualisering.

Tabell 5.5 - Tabellen visar de teman som definierades i relation till det övergripande temat Kompensatoriska uppdraget, med en beskrivning.

Tema	Beskrivning
Kompensatoriskt uppdrag	Övergripande tema. Berör hur lärarna gav, eller upplevde att de kunde ge, samtliga elever möjlighet att lära sig.
Arbetssätt	Det kompensatoriska uppdraget kunde uppfyllas genom att anpassa arbetssättet efter elevernas behov.
Avritualiseringssteg	Det kompensatoriska uppdraget kunde uppfyllas genom att den konstruerade uppgiften lät eleverna starta i ritualer. Det var även möjligt att konstruera en del frågor, och koncept till frågor, som inkluderade avritualiseringssteg tillgängliga för alla.

Tema Arbetssätt

I olika försök att planera för att alla elever skulle ha möjlighet att delta valde lärarna att fokusera på att organisera arbetssättet. De föreslog arbetssätt i klassrummet som de menade skulle hjälpa alla elever att kunna delta. Detta involverade bland annat att ge eleverna tillräckligt med tid att göra en undersökning tillsammans i par, och sedan att låta eleverna diskutera med varandra, vilket S4 resonerar om här:

S4 – Men här tänker jag väl också i par. Jag tycker det är ganska... det kanske är för att jag själv tycker att det är ett bra sätt att jobba, så jag är partisk liksom. Men att man [...] får göra de här undersökningarna tillsammans. [...] Och sen att man då kan diskutera, men ändå göra det i sin tid liksom, i sitt tempo.

Vidare beskrevs också fördelen med att ha en genomgång på slutet som knyter ihop säcken, baserat på det som eleverna kommit fram till när de arbetat med uppgiften. På det sättet kunde läraren planera för att fånga upp frågor och funderingar som dykt upp. S3 och L1 beskrev liknande situationer, enligt följande citat:

S3 - Eller ja, det kanske är bra på slutet, att gå igenom också, men "Vad har ni hittat?" och "Vad har ni kommit fram till?", eller liksom, ja, lite så där. Och kanske att någon får visa, men, "Hur visade ni trig-ettan?", eller, ja men så där. Lite sammanfattning och se till att alla är med på tåget också i slutet, i så fall.

L1 – Och sen så klart ja, en diskussion i hela klassen är ju bra på slutet. Fylla på lite grann från alla håll, vad de kom fram till. Kanske varje grupp kan redovisa lite grann om vad de har kommit fram till och som lärare kan man ju fylla på och så där och utveckla deras svar och deras tankegångar.

Det noterades i uttalandet L1 gjorde att genomgången på slutet byggde på att eleverna redovisade vad de kom fram till och att läraren fyllde på med information baserat på elevernas svar och tankegångar. Detta kunde tolkas som att eleverna gavs agentskap i att kommunicera sina lösningar. Genom att planera för att låta eleverna styra innehållet i genomgången och presentera sina egna resultat kunde alltså elevernas agentskap eventuellt ökas. På så sätt sågs också en koppling mellan arbetssättet och avritualiseringen.

Tema Avritualisering

Det fanns även en koppling mellan hur uppgifterna formulerades utifrån avritualiseringsstegen, och hur stegen användes under fokusgrupperna med hänsyn till det kompensatoriska uppdraget. Flera av lärarna och lärarstudenterna uttryckte att det krävs att tröskeln är låg för att alla elever ska kunna delta i lektionsaktiviteten, vilket illustreras med följande citat:

L1 – Jaa, precis. Jag tror man får hålla det enkelt i början så att man får med alla där då. Sen får man väl ha en progression och tänka långt för de som kommer dit.

Att börja med en låg tröskel innebar vid flera tillfällen, under fokusgrupperna, att styra de första stegen eleverna tar i början av uppgiften och att fokusera på interaktionen med aktiviteten. Det är något L1 fortsatte att resonera om men även S4 gav ett exempel på det:

L1 - Antingen så kan man ju styra det, att "Sätt värdet på n till 2, sätt värdet på c till 1, och sätt..." på det sättet, och sen ställa frågor utifrån det då. Så kan man börja lite grann. Att man styr det från början och sen blir det mer och mer öppet och undersökande ju längre man kommer in i uppgiften, då.

S4 – Men jag tycker det är bra, för det är som en bra början, att det inte blir för mycket på en gång. Att man får en enkel uppgift att flytta på P och se hur vinkeln ändras.

Den aktivitet S4 beskrev utgick från en enhetscirkel där P var en punkt som kunde flyttas med en glidare som ändrade vinkeln. Även den aktivitet L1 beskrev hade en glidare för n respektive c och grafen ändrade utseende när dessa justerades.

Fokus på interaktion med aktiviteten kopplades till en minskad objektifiering och ett förflyttat fokus från diskursivt lärande till praktiskt lärande, vilket gav en ökad ritualisering. I och med att uppgifterna, till exempel, fokuserade på att eleven skulle dra i en glidare och se vad som hände, planerade lärarna för att rikta elevens fokus mot den rent fysiska representationen av det matematiska objektet i GeoGebra. Detta förde rutinerna närmare praktiska ritualer av att dra i glidare, i stället för diskursiva, utforskande rutiner rörande matematiska objekt. Det motverkade i sin tur inte problemet med att eleverna tar genvägar.

Ytterligare ett exempel på hur lärarna planerade för att få med alla elever i början involverade att ställa frågor som innebar att backa tillbaka till kända procedurer och repetera. Detta illustreras med hjälp av följande citat.

L4 - [...] De ska kunna det här.

L3 – Ja, du säger ju att de inte kan det. Men samtidigt borde de kunna det och det är därför jag tänker att du borde just backa tillbaka och repetera så att du får med så många som möjligt.

Att repetera procedurer som var kända för eleverna tolkades som att ta viss typ uppgift och sammankoppla den med en viss procedur, i syfte att befästa uppgiften och proceduren som en enhet. Enheten, eller rutinen, skulle då bli en ritual för eleven i den

specifika situationen som repeterades. Vidare kopplades planering för styrningen av eleverna i början av lektionsaktiviteten ihop med att ta bort elevens agentskap, vilket i sin tur gav eleverna minskad möjlighet ta steg mot utforskande. Även detta kopplar an till ett ritualiserat lärande.

Med andra ord fokuserade lärarna, i de flesta fall, på att planera för att låta eleverna börja med en uppgift med ritualiserade frågor, eftersom detta bedömdes vara på en tillräckligt enkel nivå för att alla elever skulle kunna påbörja uppgiften. En tolkning av detta var att ritualbaserade frågor var något som de deltagande lärarna och lärarstudenterna upplevde var tillgängligt för alla elever, i högre grad än frågor som drev avritualiseringen. Det återknyter till problematiken att elever som får en etikett ges mindre möjlighet att jobba med uppgifter som bidrar till konceptuell förståelse (Lambert, 2015).

Ett tillägg till denna tolkning var att ritualerna, enligt lärarna, var en nödvändig startpunkt för avritualiseringen i uppgifterna, vilket stämmer väl överens med hur Lavie et al. (2019) beskriver ritualen som utgångsläge. Lärarnas intuition att börja med ritualiserade frågor stämde väl överens med Nachlieli och Tabachs (2019) resonemang om att lärandesituationer där ritualer tillämpas är viktiga att skapa innan eleven går in i en lärandesituation med utrymme för utforskande rutiner. Lärarna planerade för att använda ritualer, både för att repetera gammal kunskap inför utvidgande av en matematisk diskurs och för att ge eleverna ett första steg in i en ny diskurs. Det var dock flera tillfällen då lärarna uttryckte att progressionen från ritual till utforskande inte skulle vara tillgänglig för alla elever. Det vill säga, de frågor som kopplades till avritualiseringsstegen kom senare i uppgiften och var inte anpassade så att alla elever skulle kunna besvara dem.

Trots de argument som lärarna lade fram om varför det var svårt att göra matematiken tillgänglig för samtliga elever gjordes dock flera lyckade försök till att ta med något eller några steg i avritualiseringen. I flera fall beskrev lärarna också vad frågorna hade varit fokuserade på, även om frågorna inte formulerades klart. Framför allt lyftes vikten av att använda GeoGebra för att eleverna ska få tillgång till en grafisk eller visuell representation av något matematiskt koncept. Med frågor som handlade om att kunna byta mellan algebraisk och grafisk representation berörde lärarna både flexibilitet och sammankoppling. Följande citat belyser det:

L3 – [...] Man måste ju börja med flexibiliteten och ställa en introducerande fråga som då pekar på att de har tittat på $x0 + h$ hela tiden, men vad händer om man tar $x0 - h$? Bara låta dem fundera på det innan man visar den här GeoGebran.

S4 - Men då tänker jag att man skulle, liksom, se förhållandet mellan lutningen och funktionens värde, alltså att man ser derivatan som en funktion också. Så att man liksom kan se kopplingen då, mellan dem. Tänker jag.

Tillämplighet diskuterades på djupet i en av fokusgrupperna, men förekom även i resterande tre fokusgrupper. Mestadels berörde dessa frågor att applicera procedurer som eleverna har med sig från andra situationer i matematiken och applicera dem i en

ny situation. Ett exempel var att applicera Pythagoras sats i enhetscirkeln för att ta fram trigonometriska ettan, vilket S3 tog upp i relation till sin aktivitet i GeoGebra, där även agentskap och sammankoppling inkluderades:

S3 – Jag tänkte lite på, för det var någon sån här fråga som hette... Nu ska vi se vad den hette, eller vad det var för typ. Elevernas agentskap. När man formulerar frågor där eleverna själva måste komma på vilken metod de ska använda och jag tänkte, lite så där för att det är ju inte jättesvårt att visa trig-ettan. Man liksom, på något sätt får dem att tänka lite så här Pythagoras sats-aktigt och alltså koppla ihop det på något sätt. Och komma fram till den själv.

Underbyggnad diskuterades i en av fokusgrupperna, men berördes i övrigt inte i resterande fokusgrupper. I den grupp där det användes gjordes det för att planera för att låta eleverna reflektera över en aktivitet som i övrigt var väldigt ritualbaserad.

S3 – Jag tänker att det kanske är ett bra sätt att tänka just på den uppgiften, att så här, “Hur kan ni vara säkra på vad som är f , f' , f'' ?” “Kan det vara på något annat sätt?”, eller liksom... Att träna på att argumentera för sin sak matematiskt också.

Sammanfattningsvis formade lärarna alltså flera frågor, eller koncept för frågor, med hjälp av avritualiseringsstegen som i planeringen bedömdes ha olika möjlighet att tillgängliggöras för alla elever.

Avslutande kommentar

Detta resultat var ett urval av perspektiv på den data som samlades, och analysen var deduktiv utifrån det fokus som denna cykel och fokusgruppens frågeställningar lyfte fram. Fler perspektiv var möjliga, men urvalet gjordes baserat på dess relevans för att besvara frågeställningarna inom ramen för de avgränsningar som gjorts. Med andra ord har en del av analysprocessen inneburit att utesluta vissa teman, och detta gjorde att resultatet utgjorde en teorigrundad och deduktiv analys.

Sammanfattning

Denna fas besvarade främst frågeställning 5 och 6 i denna cykel, vilka löd:

- 5. På vilka sätt stödjer lärarhandledningen planeringsarbetet med avritualisering?*
- 6. Hur upplever lärare att lärarhandledningen möjliggör det kompensatoriska arbetet?*

Mindre korrigeringar behövde göras i lärarhandledningen för att syfte med avritualiseringen starkare skulle kunna genomsyra uppgifterna som skapades med flödesschemat. Lärarna saknade referenser som stöttade teorin i lärarhandledningen, de önskade att exemplen kopplades till avritualiseringsstegen, och de uttryckte att lärarhandledningen skulle bli mer lättanvänd med tiden.

Det var bra att del 4 var med i lärarhandledningen för att lärarna med hjälp av den delen kunde planera för att anpassa arbetssättet till sina elever, vilket bidrog till det kompensatoriska uppdraget.

I början av en uppgift formulerade lärarna flertalet ritualiserade frågor som var anpassade för att få med alla elever. De frågor som sedan formulerades utifrån avritualiseringsstegen stöttade enligt lärarna inte det kompensatoriska uppdraget i allmänhet, även om det under fokusgrupperna formulerades vissa frågor som upplevdes kunde anpassas till alla elever.

5.3 Tredje cykeln

Den tredje, och slutgiltiga, cykeln inkluderade frågeställningar för cykeln, omarbetning i Analys & Utforskning och Design & Konstruktion av Prototyp 3. Resultatet från Analys & Utforskning bestod av omarbetning av arbetets inriktning och Design & Konstruktion resulterade i Prototyp 3.

5.3.1 Frågeställningar

Svaret på den andra övergripande frågan ansågs tillräckligt tillfredsställande besvarad i cykel 2. Dock lyftes flertalet förbättringsmöjligheter för lärarhandledningen i Fas 5, varför denna cykel ansågs viktig att genomföra. Denna cykel återkopplade till den första övergripande frågan, och genomfördes för att utveckla en sista prototyp, baserad på resultatet av andra cykeln.

De övergripande frågeställningarna repeteras ytterligare en gång som påminnelse:

- *Hur kan en praktisk intervention designas för att stödja lärares undervisning med GeoGebra och arbetet med kompensatoriska uppdraget?*
- *Hur kan lärare planera för avritualiserande aktiviteter i GeoGebra som stöttar det kompensatoriska uppdraget?*

Den frågeställning som guidade arbetet i den sista fasen var:

7. *Hur kan lärarhandledningen designas om, baserat på lärarnas upplevda problem och föreslagna förändringar från andra cykeln?*

5.3.2 Fas 7 – Omarbetning

Fas 7 utgjorde steget Analys & Utforskning i tredje cykeln. Likt Fas 4 bestod resultatet från denna fas av en omarbetning av arbetets inriktning baserat på cykelns mål.

Resultat – Omarbetning

Det gjordes inga tillägg av litteratur i det teoretiska ramverket i den här fasen. Feedback från andra cykeln samt det existerande teoretiska ramverket ansågs återigen tillräckliga för att genomföra meningsfulla uppdateringar till nästa prototyp. Således gjordes ingen ny litteraturgenomgång. Dock anpassades arbetets riktning efter beslutet att inte utvärdera den slutgiltiga prototypen, så att målet med cykeln enbart var att färdigställa en sista prototyp. Därmed inkluderades inte steget Utvärdering & Reflektion i denna cykel.

Sammanfattning

Cyklens mål blev att enbart färdigställa en slutgiltig prototyp och ingen ny litteratur lades till för att göra detta.

5.3.3 Fas 8 – Prototyp 3

Fas 8 utgjorde steget Design & Konstruktion i tredje cykeln, där resultatet bestod av den slutgiltiga prototypen, Prototyp 3. Vidare följer en genomgång av de ändringar som gjordes i prototypen.

Resultat – Designval och produkt

I syfte att ytterligare stödja lärarna och för att minska tiden att formulera en uppgift, infogades en tipsruta i flödesschemat. Den tipsade läraren om att ta hjälp av redan existerande uppgifter och sedan modifiera dessa med hjälp av lärarhandledningen. Därav kunde lärarens arbete bli mer tidsbesparande då uppgifterna inte behövde skapas helt från grunden.

Vidare förtydligades syftet med avritualisering genom att inkludera det i beskrivningen av *Del 2 - Bestäm mål och Syfte* samt i *Del 5 - Utvärdering*. I enlighet med Davis et al. (2011) gör läraren effektivare anpassningar av lärarhandledningen om lärares mål anknyter till lärarhandledningens mål. Därför var det viktigt att syftet läraren formulerar också utgår från avritualisering, för att överensstämja med syftet för lärarhandledningen. Därmed uppdaterades även syfte och mål i exemplen för att tydligare inkludera avritualisering, i enlighet med uppdateringen i flödesschemat.

I teoriavsnittet inkluderades referenser, i syfte att ge mer tyngd åt ramverket samt för att ge lärare möjlighet att gå till referenserna för vidare läsning. Detta bidrog till det utbildande syftet lärarhandledningen ämnade att ha, för att minska lärares osäkerhet. Exempen uppdaterades även så att de innehöll markeringar vid varje fråga för vilka avritualiseringssteg som frågan skulle ge möjlighet till, enligt lärares önskemål.

De ändringar som lyftes under fokusgrupperna genomfördes, men inga ytterligare ändringar gjordes då dessa inte hade kunnat utvärderas. Därmed ansågs designprocessen avslutad och de övergripande frågeställningarna besvarade.

Sammanfattning

Prototyp 3 utgjorde svaret på frågeställningen för denna cykel, och finns tillgänglig i sin helhet i Bilaga 8. Designprocessen avslutades i detta skede och de övergripande frågeställningarna ansågs besvarade, i och med att en sista prototyp färdigställdes.

6 Slutsatser

I följande avsnitt beskrivs slutsatser utifrån utvecklingen av lärarhandledningen och undersökningen av avritualiseringsstegen, i syfte att besvara de övergripande frågeställningarna.

En praktisknära lärarhandledning kunde designas med hjälp av en designprocess, tidigare forskning om lärarhandledningar samt den matematikdidaktiska lärandeteorin kommognition. För att stötta läraren var det fördelaktigt för lärarhandledningen att vara utbildande och hjälpa läraren med att planera för att eleverna inte enbart ska arbeta ritualiserat med GeoGebra. Lärarhandledningen behövde vara lättöverskådlig för att inte ta för lång tid att läsa eller använda. Det kunde lösas genom att inkludera ett flödesschema för planeringen, vilket de deltagande lärarna ansåg vara lättöverskådligt.

Uppgiftsskapandet i flödesschemat utgick från sex avritualiseringssteg, men i övrigt hade läraren eget agenskap i utformningen av uppgiften. Detta för att läraren skulle få möjlighet att anpassa uppgiften till sina elever genom att använda sin egen pedagogiska designkapacitet. Arbetet visade att det var möjligt att planera uppgifter utifrån de sex avritualiseringsstegen i lärarhandledningen. Utifrån anpassningar av arbetssätt och ordning på frågorna kunde läraren med hjälp av lärarhandledningen skapa en uppgift som, i planeringsstadiet, gav alla elever möjligheten att arbeta utforskande. Om avritualiserande frågor ställs motverkas problemet att eleverna tar genvägar när de jobbar med GeoGebra.

Lärarna kunde alltså utnyttja avritualiseringsstegen genom att medvetet formulera olika typer av frågor till eleverna. För att stötta det kompensatoriska uppdraget började lärarna med att formulera ritualbaserade frågor, som en startpunkt för uppgiften. Lärarna planerade sedan för att ställa avritualiserande frågor, så det spelade alltså roll för avritualiseringen i vilken ordning frågorna ställdes. Ordningen var dock ingen garanti för att samtliga elever, enligt lärarna, skulle klara av de avritualiserande frågorna. Flera av lärarna bemötte dock svårigheterna med att ställa avritualiserande frågor till alla elever genom att planera för olika sorters arbetssätt. Olika arbetssätt skulle ge eleverna utrymme att diskutera mer med varandra och driva innehållet i genomgångar, för ökat agenskap hos eleverna. Lärarna kunde alltså planera för avritualiserande aktiviteter med hjälp av avritualiseringsstegen och stötta det kompensatoriska uppdraget genom att göra olika anpassningar.

7 Diskussion

Syftet med detta arbete var att utveckla en intervention som stöttar matematiklärares kompensatoriska uppdrag i undervisningen med GeoGebra, och att undersöka avritualiseringen som ett planeringsverktyg. I följande avsnitt diskuteras utvecklingen av lärarhandledningen, bidrag till forskningen, metodval samt vilka tankar arbetet väckte inför vidare forskning på området.

7.1 Utveckling av lärarhandledningen

En stor del av detta arbete bestod av att ta fram en intervention i form av en lärarhandledning. Lärarhandledningens syfte var, i relation till det kompensatoriska uppdraget samt digitala verktyg, att ge lärarna möjlighet att planera för att alla elever ska kunna ta steg mot utforskande i arbetet med GeoGebra. Resultatet, se Fas 6, visade på att lärarna uppfattade syftet, vilket i sin tur visade på att i avseendet att förmedla syftet kunde lärarhandledningen ses som lyckad. Trots att syftet nådde fram till läraren kan det dock inte garantera vad som kommer att utspela sig i klassrummet. Som Remillard (2005) påpekar så kommer lärarhandledningen tolkas olika av olika läsare, därav kommer även materialet utspela sig på olika sätt i klassrummet. Detta behöver inte vara något negativt då det ger läraren möjlighet att utnyttja sin egen pedagogiska designkapacitet (Davis, 2011). Lärarhandledningen öppnade oavsett upp möjligheten för att avritualiserande aktiviteter i GeoGebra skulle kunna utspela sig i klassrummet.

Enligt Ball och Cohen (1996) skulle en lärarhandledning kunna hjälpa lärare att överväga de sätt som innehållet i lärarhandledningen kan kopplas ihop med matematikämnets innehåll. Detta är något som lärarna uppmärksammade i fokusgrupperna och de försökte koppla syfte samt mål med uppgiften till det centrala innehållet i ämnesplanen. Kopplingen till det centrala innehållet i specifika kurser bortprioriterades i lärarhandledningen då den inte utgick från ett visst område i matematiken. Att koppla till ämnesplanen hade varit i enlighet med Davis och Krajciks (2005) tredje designprincip, och stöttat lärarna att få in uppgifterna från lärarhandledningen som en helhet av undervisningen. Andra aspekter än de centrala innehållen togs dock i beaktning. Enligt ämnesplanen för matematik på gymnasiet ska eleverna "ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem" (Skolverket, u.å.b). Detta arbete har gett lärarna ett verktyg för att planera för att eleverna ska ges denna möjlighet att använda digitala verktyg i undervisningen. Genom avritualisering ges en utökad tillgång till den matematiska diskursen (Lavie et al., 2019). Eftersom lärarhandledningen utgick från avritualiserande aktiviteter i GeoGebra var därmed inte förmågan att kunna använda digitala verktyg det enda som stod i fokus, utan snarare själva problemlösningen. På så sätt fanns en koppling mellan lärarhandledningen och ämnesplanen för matematik.

Att inkludera möjliga elevsvar i lärarhandledning hade i enlighet med Davis et al. (2011) kunnat vara hjälpsamt. Då avgränsningen gjordes att enbart skapa ett material för lärare i planeringssyfte fanns det inte heller utrymme för att testa med elever, vilket krävs för att kunna inkludera elevsvar. Även Remillard (2005) och Davis och Krajcik (2005) nämner att elevsvar kan bidra till det utbildande syftet med en lärarhandledning, för att förutspå hur eleverna möter instruktionerna. Fokus i lärarhandledningen låg i stället på att förklara den pedagogiska teorin bakom material, det vill säga avritualiseringsstegen med tillhörande teori. Detta stämmer överens med den syn Remillard (2005) har på utbildande lärarhandledningar, som enligt henne ska förmedla den pedagogiska strategin till läraren, i stället för genom läraren.

7.2 Bidrag till forskningen

Hähkiöniemi (2017) beskrev att frågor kunde kategoriseras efter vilka svar som eleverna gav, och att läraren kunde ställa frågor som antingen krävde imitativt resonemang eller kreativt resonemang. Genom detta arbete utvecklades ett verktyg för att läraren ska kunna planera för vilka frågor som ställs för att kunna gå bort från ritualer. Ritualerna kan, som tidigare nämnts, jämföras med imitativt resonemang. Med hjälp av lärarhandledningen gavs då lärarna möjlighet att inte bara få en teoretisk förståelse för hur frågorna påverkar elevernas resonemang, utan också att aktivt planera för att ställa frågor som tillåter avritualisering. Forskningsbidraget består därför delvis av den nytta verktyget skulle kunna ha för praktiserande lärare. I och med att verktyget utvecklades praktisknära, i ett tätt samarbete med aktiva lärare och lärarstudenter, har lärarhandledningens nytta också testats i den mån att lärare fann den användbar i planeringen. Därmed har detta arbete bidragit med att koppla samman Hähkiöniemis (2017) beskrivning av hur olika frågor kan utvärderas, till en praktisk beskrivning av hur det kan planeras för att ställa frågorna samt hur de kan konstrueras i en uppgift.

Detta arbete har också bidragit med en kompensatorisk lins i teorin om avritualisering. Genom att analysera avritualisering i relation till det kompensatoriska uppdraget har detta arbete lyft svårigheter med att ställa avritualiserande frågor som alla kan delta i. Skollagen (2010) ställer krav på att undervisningen ska ge varje barn stöd att utvecklas så långt som möjligt, och Skolverket (u.å.b) inkluderar digitala verktyg som ett hjälpmedel för att eleverna ska kunna fördjupa sitt matematikkunnande. Med en sammankoppling av digitalisering och kompensatoriskt uppdrag, inom K-ULF-projektet, var detta arbete också ett bidrag till forskning som rör den snabba utvecklingen genom digitalisering av samhället.

Vidare har detta arbete varit bidragande till det globala målet om *God Utbildning för alla*, genom att föreslå förbättrande åtgärder och bidra till en forskningsbaserad undervisning. *Ökad jämlikhet* var också ett viktigt mål genom fokuset på det kompensatoriska uppdraget och att alla ska ges likvärdiga förutsättningar att

utvecklas. På så vis har denna forskning, ur ett brett perspektiv, varit en liten byggsten i den hållbara utvecklingen mot en bättre utbildning och ökad jämlikhet

Slutligen inkluderades arbetets första cykel i ett kortare konferensbidrag till Madif-13 (Fantenberg Niklasson et al., accepterad). Madif-13 är ett forskningsseminarium av Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning och temat är relationen mellan forskning inom matematikutbildning och lärarens professionella utveckling (Linnéuniversitet, 2021). Genom att bidra med en utbildande lärarhandledning, vilken delvis är till för att främja lärandet för lärare, bidrog arbetet till forskningen inom matematikundervisningen. Deltagandet i konferensen gör arbetet mer synligt, vilket ökar chanserna för vidare forskning inom området.

7.3 Metod- och etikdiskussion

Forskningsarbete kräver etiska ställningstaganden (ALLEA, 2017). I tidigare avsnitt beskrevs det hur godkännande av deltagande samt anonymitet hanterats. Här beskrivs övriga forskningsetiska aspekter och metodval i arbetet, i syfte att göra forskningsarbetet transparent. Diskussionen innefattar bland annat kommentarer rörande arbetets ontologiska ståndpunkt, urvalet av deltagare i studien samt vilken påverkan forskarnas positionering i relation till deltagarna kan ha haft på resultat som erhållits.

7.3.1 Generaliserbarhet

Examensarbetet baserades i sin helhet på en kvalitativ datainsamling och analys ur ett kognitionsperspektiv, vilket begränsade möjligheterna till objektiva, generaliserbara svar (Bryman, 2016). Objektivitet och bred generaliserbarhet var dock inte forskningens syfte i detta fall, och det fanns en medvetenhet om subjektiviteten i forskningsprocessen. Med den ontologiska ståndpunkten att verkligheten är subjektiv och kontextberoende, genomfördes detta arbete som en fallstudie inom ramen för en enskild definition av lärande. Forskningen bekräftar därmed inte någon generell sanning, men ger en kvalitativ beskrivning och tolkning av en specifik situation som genererar nya frågor och hypoteser inom utbildningsforskning (Bryman, 2016).

Utvecklingsprocessen innefattade att skapa en lärarhandledning som skulle vara möjlig att använda för godtyckliga gymnasielärare i matematik. Det vill säga, produkten av forskningsarbetet förväntades kunna vara användbart för en större målgrupp. Detta trots att det fanns en lägre generaliserbarhet i resultaten på grund av ett litet urval av deltagare och en liten mängd ingående data. Så länge lärarhandledningen inte ses som normativ för hur all undervisning bör bedrivas är inte detta ett problem. Med det sagt innehåller lärarhandledningen en del normativa formuleringar, till exempel "Målet med undervisningen är att eleverna ska lära sig

matematik, det vill säga de ska kunna delta i den matematiska diskursen.”. Eftersom lärarhandledningen konstruerades enligt Davis och Krajciks (2005) designprinciper, förutsätts att läraren har en egen pedagogisk designkapacitet och kan utnyttja sina egna resurser. Examensarbetet utgick därmed från att läraren i sin profession har ett eget agentskap och egna värderingar som hen använder för att skapa och bedriva undervisning, på det sätt som läraren själv bedömer rättfärdigat. Därmed var resultatet användbart utanför examensarbetets kontext i den mån som utomstående lärare bedömer materialet användbart för sin egen undervisning.

7.3.2 Urval och partiskhet

Urvalsprocessen och partiskhet var viktiga aspekter att diskutera i relation till forskningsarbetets subjektiva natur. Att deltagande lärare kontaktades via K-ULF-projektet innebar att de hade ett gemensamt intresse för kompensatorisk undervisning, samt utveckling och forskning på området. Kontakten med lärarstudenter upprättades vidare inom ett litet kontaktnätverk för studenter, där deltagarna var bekanta med textförfattarna. Detta ledde till att det kan ha funnits en partiskhet genom välvilja, där studenterna uttryckte åsikter i syfte att vinkla resultatet till fördel för något.

På grund av att uppmärksamhet riktades mot lärarnas önskemål och att lärarna deltog i designprocessen, fanns en risk för en Hawthorne-effekt. Det vill säga, lärarna kan ha haft en positiv inställning till interventionen som en följd av att uppmärksamheten riktades mot att hjälpa och utveckla deras undervisning (Brown, 1992). Dessutom deltog några lärare i flera steg i designprocessen och kan därmed ha färgats av att vara återkommande deltagare i forskningsprojektet. Det är svårt att undvika Hawthorne-effekt inom praktikinrä, designbaserad forskning, eftersom lärarnas deltagande är nödvändigt och syftet dessutom involverar att hjälpa deltagarna att utvecklas (Brown, 1992).

Det fanns en medvetenhet om risken för partiskhet i forskningsprocessen, och ur ett forskningsetiskt perspektiv var det viktigt att detta inte doldes. Däremot lyftes, i kontrast mot att se partiskheten som ett problem, den positiva aspekten av forskning som ett samspel mellan existerande praktik och innovation. Det aktiva och kontinuerliga deltagandet från intresserade och praktikinrä personer hade också möjlighet att stärka resultatet genom att hjälpa utvecklingsprocessen framåt (Brown, 1992). Syftet med utvecklingsprocessen kunde ses som att förbättra undervisningen, och därmed fanns ett tydligt motiv och önskan till förändring. Examensarbetet kunde beskrivas vara värdedrivet, där det utnyttjades att deltagarna var engagerade i förändringen.

7.3.3 Genomförandet av datainsamlingen

De metoder som användes för datainsamling var intervjuer och fokusgrupper kan också diskuteras. En svårighet med semistrukturerade intervjuer i allmänhet kan vara en svårighet att jämföra resultat mellan intervjuer eftersom formatet på intervjun kan ha varierat (Björndal 2015). Detta sågs inte som ett stort problem eftersom jämförbarheten inte var nödvändig för att sammanställa intervju svaren. En bredd i svaren var viktigare än att alla deltagare svarade på exakt samma frågor. Vidare leder det lösa formatet även till att intervjuaren omedvetet eller medvetet kan vinkla frågor för att få passande resultat (Björndal, 2015). Detta motverkades genom att förbereda frågor och följdfrågor enligt kvalitetskriterierna. Vidare påpekas också att antalet deltagare var någorlunda lågt och att bara en fokusgrupp genomfördes i Fas 3, till skillnad från det större antal som föreslås av Hevner och Chatterjee (2010). Detta motiverades av att antalet ansågs tillräckligt för att kunna dra relevanta slutsatser. Det påverkade dock resultatens generaliserbarhet.

En aspekt av att spela in ljud och bild under intervjuer är att intervjudeltagarna kan agera eller svara annorlunda på frågor, eftersom de vet att de blir inspelade (Björndal, 2015). Den etiska aspekten av att informera deltagarna om exakt vad de deltog i samt att de spelades in bedömdes dock viktigare att ta hänsyn till än eventuella ändringar i beteende på grund av inspelning. Detta eftersom respekt för forskningsdeltagare är en grundläggande princip för forskningsetik (ALLEA, 2017). Förutom att deltagarnas integritet värderades högt bedömdes risken också liten för en stor påverkan av denna faktor. Risken bedömdes liten eftersom forskningsarbetet inte involverade några tydligt personliga, känsliga eller laddade frågor.

En sista kommentar gällande intervjugenomförandet kan tilläggas gällande anpassningen efter deltagare. Vid kvalitetsgranskning av intervjufrågorna kontrollerades att alla intervjudeltagare hade möjlighet att svara på frågorna, i enlighet med Björndals (2015) kvalitetskriterier. I Fas 6 inkluderades dock medvetet frågor som gällde hur en planerad lektion skulle fungera i en riktig klassrumssituation, trots att några av deltagarna var lärarstudenter med begränsad erfarenhet och begränsad koppling till en riktig klassrumssituation. En lärares kunskaper om sina elever påverkar hur läraren anpassar undervisningen utifrån lärarhandledningen, vilket i enlighet med Davis et al. (2011) förklarar varför lärarstudenterna kan ha haft svårare att använda lärarhandledningen. Lärarstudenternas insikter ansågs dock värdefulla, eftersom lärarhandledningen riktade sig till oerfarna lärare.

7.3.4 Tidsbegränsning

Denna rapport var ett examensarbete som utfördes enbart under höstterminen 2021. Detta innebar att det fanns en strikt tidsbegränsning att förhålla sig till, vilket begränsade möjligheterna till att (a) genomföra fler cykler i designprocessen, (b)

inkludera fler lärare i processen, (c) testa lärarhandledningen i ett klassrum, (d) bemöta fler av lärarnas behov och (e) utöka det teoretiska ramverket med ytterligare relevanta lärandeteorier. Forskning inom DBR sträcker sig ofta över en längre tid (Huang et al., 2019). På grund av tidsbegränsningen gjordes avgränsningar på ett sätt som tillät en kortare designprocess i enbart tre cykler.

7.4 Vidare forskning

Baserat på resultatet och diskussionen konstaterades att detta arbete öppnar upp för flertalet nya intressanta forskningsfrågor.

För det första är arbetets slutgiltiga lärarhandledning, Prototyp 3, inte en statisk produkt. Det vill säga, det finns utrymme för vidareutveckling av prototypen. Ett möjligt område för vidare forskning inom DBR är att genomföra ytterligare fler designcykler och vidare förbättra materialet för att stötta lärarna i det kompensatoriska uppdraget vid arbete med digitala verktyg. Detta skulle till exempel kunna innebära att ta hänsyn till fler behov som uttrycks av aktiva lärare som vill använda GeoGebra i undervisningen. Det skulle också kunna genomföras en bredare testning av lärarhandledningen för att ge mer generaliserbara resultat om lärares upplevelse av materialet.

Detta arbete öppnar också upp för frågor gällande hur planering för avritualisering fungerar i praktiken. Det skulle kunna vara av intresse att i framtida forskning se på vilka sätt avritualiseringen som lärarna planerar för påverkar elevernas lärande. Förutom att detta vore intressant ur ett teoretiskt perspektiv, för att utvärdera hur planeringen fungerar i praktiken, är det även intressant för vidareutvecklingen av lärarhandledningen. För att utveckla lärarhandledningen skulle tillägg kunna göras med testade exempel på uppgifter med tillhörande elevsvar, för att dels stärka trovärdigheten, dels vidare stötta lärarnas arbete.

Vidare bygger detta arbete på skolans kompensatoriska uppdrag och vikten av att inkludera digitala verktyg i skolan för att eleverna ska få en hög digital kompetens, samt för att främja kunskapsutveckling och likvärdighet (Skolverket, 2021). För att ytterligare befästa lärarhandledningen i relation till ämnesplanen i matematik skulle det också vara relevant att undersöka avritualiseringsstegens förhållande till de förmågor som eleverna förväntas utveckla. Ämnesplanen i Matematik uttrycker att eleverna ska utveckla sex förmågor, bland annat matematisk modellering, problemlösning och att hantera procedurer (Skolverket, u.å.b). Eftersom detta är vad lärarnas undervisning bör utgå från, är det av relevans att undersöka hur avritualiseringen kan bidra till utvecklingen av dessa förmågor. Därav skulle det även vara av intresse att vidareutveckla lärarhandledningen i relation till ett specifikt centralt innehåll i ämnesplanen, samt då även se elevresponser kopplade till det specifika området.

8 Referenser

- All European Academies. (2017). *The European Code of Conduct for Research Integrity*. <https://www.allea.org/wp-content/uploads/2017/05/ALLEA-European-Code-of-Conduct-for-Research-Integrity-2017.pdf>
- Ball, D. L & Cohen, D. K. (1996). Reform by the Book: What Is - or Might Be - the Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform?. *Educational Researcher*, 25(9), 6-8. <https://doi.org/10.3102/0013189X025009006>
- Ben-Yehuda, M., Lavy, I., Linchevski, L. & Sfard, A. (2005). Doing Wrong with Words: What Bars Students' Access to Arithmetical Discourses. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(3), 176-247.
- Björndal C. R. P. (2015). *Det värderande ögat. Observation, utvärdering och utveckling i undervisning och handledning*. Liber AB.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3, 77-101. <http://dx.doi.org/10.1191/1478088706qp0630a>
- Brown, A.L. (1992). Design experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of Learning Sciences*, 2(2) 141-178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2
- Bryman, A. (2016). *Samhällsvetenskapliga metoder* (2). Liber AB.
- Davis, E. A. & Krajcik, J. S. (2005). Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14. <https://doi.org/10.3102%2F0013189X034003003>
- Davis, E., Beyer, C., Forbes, C., & Stevens, S. (2011). Understanding pedagogical design capacity through teachers' narratives. *Teaching and Teacher Education*, 27(4), <http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2011.01.005>
- Fantenberg Niklasson, I., Wannberg, N., Kozma, C. & Österling, L. (accepterad). Designing a teacher-guide for de-ritualising teaching with GeoGebra. In MADIF13. The thirteenth research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education, Växjö 2022. [Konferensbidrag]. SMDF
- GeoGebra. (u.å.). *GeoGebras matematikappar*. <https://www.geogebra.org/>

- Granberg, C., & Olsson, J. (2015). ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 37, 48-62. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.11.001>
- Hall, J. (2012). Vatten Parabel Modelling [Fotografi]. <https://www.geogebra.org/m/kbbZtaPP>
- Hevner, A. & Chatterjee S. (2010). *Design Research in Information Systems. Integrated Series in Information Systems*. (Vol. 22). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-5653-8>
- Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics - teacher-student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 341-368. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9457-z>
- Huang, R., Spector, J. M., & Yang, J. (2019). *Educational Technology a Primer for the 21st Century*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-6643-7>
- Hylander, I. (1998). *Fokusgrupper som kvalitativ datainsamlingsmetod*. [Rapport, Linköpings Universitet]. DiVA. <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A254017&dswid=-3413>
- Hähkiöniemi, M. (2017). Student teachers' types of probing questions in inquiry-based mathematics teaching with and without GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 973-987. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1329558>
- Kompensatorisk Undervisning för Lärande och Forskning. (11 februari 2021). *K-ULF - Kompensatorisk undervisning för lärande och forskning*. KTH. <https://www.kth.se/larande/forskning/pagaende-projekt/k-ulf-kompensatorisk-undervisning-for-larande-och-forskning-1.1048897>
- Kelly, A. E., Baek, J. Y., Lesh, R. A. & Bannan-Ritland, B. (2010). Enabling Innovations in Education and Systematizing their Impact. I A. E. Kelly, R. A. Lesh & J. Y. Baek (Red.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in science, technology, engineering and mathematics learning and teaching*. (s. 3-18). Routledge.
- Lambert, R. (2015). Constructing and resisting disability in mathematics classrooms: a case study exploring the impact of different pedagogies. *Educational Studies in Mathematics*, 89, 1-18. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-014-9587-6>

- Lavie, I., Sfard, A., & Steiner, A. (2019). Routines we live by: from ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics* 101, 153–176. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>
- Linnéuniversitetet. (1 december 2021). *Madif-13*. <https://lnu.se/mot-linneuniversitetet/konferenser/madif13/>
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Middleton, J., Gorard, S., Taylor, C. & Bannan-Ritland, B. (2010). The “Compleat” Design Experiment: From soup to nuts. I A. E. Kelly, R. A. Lesh & J. Y. Baek (Red.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in science, technology, engineering and mathematics learning and teaching*. (s. 21-46). Routledge.
- Morgan, D. L. (1997). *Focus groups as qualitative research*. (2 uppl.). Sage. <https://dx.doi.org/10.4135/9781412984287>
- Nachlieli, T., & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 101, 253–271. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9848-x>
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in teachers’ use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565–613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Sfard, A. (2015). Learning, commognition and mathematics. I D. Scott & E. Hargreaves (Red.), *The Sage Handbook of Learning* (s. 129-138). Sage. <http://dx.doi.org/10.4135/9781473915213>
- Skolinspektionen. (2021). *Enskilda huvudmäns styrning av det kompensatoriska uppdraget i gymnasieskolan*. <https://skolinspektionen.se/globalassets/02-beslut-rapporter-stat/granskningsrapporter/tkg/2021/kompensatoriska-uppdraget/enskilda-huvudmans-kompensatoriska-uppdrag-slutversion.pdf>
- Skollagen (SFS 2010:800). Utbildningsdepartementet. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800_sfs-2010-800

- Skolverket. (28 juni 2021). *Våra insatser för skolans digitalisering*.
<https://www.skolverket.se/om-oss/var-verksamhet/skolverkets-prioriterade-omraden/digitalisering/vara-insatser-for-skolans-digitalisering#Nationellstrategiforskolvasendet>
- Skolverket. (u.å.a). *Organisera tidigt stöd och extra anpassningar*.
<https://www.skolverket.se/skolutveckling/leda-och-organisera-skolan/organisera-tidigt-stod-och-extra-anpassningar>
- Skolverket. (u.å.b). *Ämne - Matematik*.
https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=-996270488%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DMAT%26courseCode%3DMATMAT03c%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfee44715d35a5cdfa92a3#anchor_MATMAT03c
- United Nations Development Programme. (30 september 2021a). *Mål 4 - God utbildning för alla*. <https://www.globalamalen.se/om-globala-malen/mal-4-god-utbildning-alla/>
- United Nations Development Programme. (30 september 2021b). *Mål 10 - Minskad ojämlikhet*. <https://www.globalamalen.se/om-globala-malen/mal-10-minskad-ojamlikhet/>
- Wikberg-Nilsson, Å., Ericson, Å. & Törlind, P. (2015). *Design: process och metod*. Studentlitteratur.
- Österling, L. (accepterad). Operationalising de-ritualisation for the analysis of teaching-as-usual. *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12, February 2-6, 2022)*. Bozen-Bolzano, Italy.

9 Bilagor

Bilaga 1 – Samtyckesblankett för lärare

Samtycke för medverkan i studie inom KULF-projektet, lärare

Studie av Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg inom KULF-projektet – information till lärare i matematik som deltar i KULF-projektet

Projektet *Kompensatorisk undervisning för lärande och forskning* (KULF) vill bidra med ökad kunskap och insikter gällande hur undervisningens utformning bidrar till att stärka skolans kompensatoriska uppdrag. I skolans kompensatoriska uppdrag ingår att ge alla elever samma förutsättningar att nå skolans mål oberoende av kön, språkfärdigheter, föräldrarnas utbildningsnivå eller under vilken socioekonomisk miljö man växer upp i.

Vi heter Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg, och studerar till lärare vid KTH (Kungliga Tekniska högskolan). Som en del av vår utbildning ska vi genomföra ett avslutande examensarbete. Vi har valt att göra en studie om digitala verktyg och kommunikation i klassrummet.

Syfte och studieupplägg

Syftet med denna studie inom KULF-projektet är att, genom intervjuer enskilt och i grupp samt observationer i klassrummet, undersöka lärares upplevelse och erfarenhet av att hantera digitala verktyg i klassrummet. Detta ska ligga till grund för utvecklingen av rekommendationer till lärare i deras arbete med digitala verktyg i undervisningen, i första hand på gymnasienivå, men eventuellt även på högstadienivå. Studien kommer att genomföras HT 2021. I studien ingår tre delar, och det är möjligt att delta i en eller flera av dessa.

Del 1 - Intervju. Intervjuerna genomförs enskilt, via zoom-samtal. Materialet som samlas in består av videoinspelning (ljud och bild) samt anteckningar som görs utav oss under intervjun. Det insamlade datamaterialet från intervjuerna kommer att tittas på och lyssnas igenom i efterhand. Delar av materialet kommer att transkriberas och användas för att motivera och utveckla rekommendationer för användning av digitala verktyg.

Del 2 - Observation. Observationerna genomförs under en lektion, i klassrummet. Materialet som samlas in består av videoinspelning (ljud och bild) samt observationsanteckningar tagna av oss. Det insamlade datamaterialet från samtalen kommer att tittas på och lyssnas igenom i efterhand. Delar av materialet kommer att transkriberas och användas för att motivera samt utveckla rekommendationer för användning av digitala verktyg.

Del 3 - Fokusgruppssamtal. Fokusgruppssamtalen genomförs i en grupp bestående av två, tre eller fyra lärare, via zoom-samtal. Materialet som samlas in består av videoinspelning (ljud och bild) samt anteckningar som görs utav oss under samtalet. Det insamlade datamaterialet från samtalen kommer att tittas på och lyssnas igenom

i efterhand. Delar av materialet kommer att transkriberas och användas för att motivera och utveckla rekommendationer för användning av digitala verktyg.

Insamlade data kan också komma att användas i forskningsstudie som rör lärares upplevelse och erfarenhet av att hantera digitala verktyg i klassrummet.

Dokumentation

Resultaten kommer att redovisas i ett examensarbete och i vetenskapliga artiklar. Examensarbetet skrivs av oss, de vetenskapliga artiklarna kommer att skrivas av forskare och lärare. All data kommer att anonymiseras. Det innebär att namn på lärare och skola kommer att vara fingerade så att det inte går att identifiera enskilda lärare eller på vilken skola studien har genomförts. Under examensarbetets genomförande kommer insamlade data att lagras lokalt på våra två datorer och på två externa hårddiskar. Endast vi och våra två handledare kommer att ha tillgång till materialet. Efter genomförd analys kommer data att lagras på en av KTH:s lagringstjänster och sekretessprövning ske innan eventuellt utlämnande av handlingar.

Deltagande i studien

Du tillfrågas härmed om deltagande i denna studie. Du kan när som helst avbryta deltagandet under intervjun eller observationen utan närmare motivering. Vi ber dig fylla i nedanstående blankett och ge den till någon av oss innan eller i samband med intervjun.

Om du har några frågor eller funderingar angående vår studie, tveka inte att kontakta oss (e-post: Nelly; X eller Ida; X) eller våra handledare Cecilia Kozma vid Vetenskapens Hus, KTH Kungliga Tekniska högskolan (e-post: X; Telefon: X) och Lisa Österling vid MND, Stockholms universitet (e-post: X).

KTH (organisationsnummer: 202100–3054) är personuppgiftsansvarig för behandlingen av dina personuppgifter. Du har rätt att lämna klagomål till Datainspektionen och till KTH:s dataskyddsombud (dataskyddsombud@kth.se).

Stockholm, 17 aug 2021

Med vänlig hälsning

Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg
KTH Kungliga Tekniska högskolan

Samtycke för deltagande i studie om digitala verktyg – Lärare som deltar i KULF-projektet

Jag har läst informationen om forskningsinsatsen i KULF-projektet och samtycker till att delta i studien (kryssa i).

Ja ☐ Nej ☐

Jag samtycker också till att materialet används för fortbildning av pedagoger och lärare (kryssa i)

Ja ☐ Nej ☐

Underskrift

Namnförtydligande

Datum

Bilaga 2 – Samtyckesblankett för lärarstudenter

Samtycke för medverkan i studie inom KULF-projektet, lärarstudent, KTH, Civilingenjör och lärare

Studie av Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg inom KULF-projektet – information till lärarstudenter i matematik

Projektet *Kompensatorisk undervisning för lärande och forskning* (KULF) vill bidra med ökad kunskap och insikter gällande hur undervisningens utformning bidrar till att stärka skolans kompensatoriska uppdrag. I skolans kompensatoriska uppdrag ingår att ge alla elever samma förutsättningar att nå skolans mål oberoende av kön, språkfärdigheter, föräldrarnas utbildningsnivå eller under vilken socioekonomisk miljö man växer upp i.

Vi heter Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg, och studerar till lärare vid KTH (Kungliga Tekniska högskolan). Som en del av vår utbildning ska vi genomföra ett avslutande examensarbete. Vi har valt att göra en studie om digitala verktyg och kommunikation i klassrummet.

Syfte och studieupplägg

Syftet med denna studie inom KULF-projektet är att, genom fokusgruppssamtal, undersöka lärares upplevelse och erfarenhet av att planera för användande av digitala verktyg i klassrummet. Detta ska ligga till grund för utvecklingen av rekommendationer till lärare i deras arbete med digitala verktyg i undervisningen, i första hand på gymnasienivå, men eventuellt även på högstadienivå. Studien kommer att genomföras HT 2021.

Fokusgruppssamtalen genomförs i en grupp bestående av två, tre eller fyra lärarstudenter, via zoom-samtal. Materialet som samlas in består av videoinspelning (ljud och bild) samt anteckningar som görs utav oss under samtalet. Det insamlade datamaterialet från samtalen kommer att tittas på och lyssnas igenom i efterhand. Materialet kommer att transkriberas och användas för att motivera och utveckla rekommendationer för användning av digitala verktyg.

Insamlade data kan också komma att användas i forskningsstudie som rör lärares upplevelse och erfarenhet av att hantera digitala verktyg i klassrummet.

Dokumentation

Resultaten kommer att redovisas i ett examensarbete och i vetenskapliga artiklar. Examensarbetet skrivs av oss, de vetenskapliga artiklarna kommer att skrivas av forskare och lärare. All data kommer att anonymiseras. Det innebär att namn på lärarstudenter kommer att vara fingerade så att det inte går att identifiera enskilda lärarstudenter som deltagit i studien. Under examensarbetets genomförande kommer insamlade data att lagras lokalt på våra två datorer och på två externa hårddiskar. Endast vi och våra två handledare kommer att ha tillgång till materialet. Efter

genomförd analys kommer data att lagras på en av KTH:s lagringstjänster och sekretessprövning ske innan eventuellt utlämnande av handlingar.

Deltagande i studien

Du tillfrågas härmed om deltagande i denna studie. Du kan när som helst avbryta deltagandet under fokusgruppen utan närmare motivering. Vi ber dig fylla i nedanstående blankett och ge den till någon av oss innan påbörjat deltagande.

Om du har några frågor eller funderingar angående vår studie, tveka inte att kontakta oss (e-post: Nelly; X eller Ida; X) eller våra handledare Cecilia Kozma vid Vetenskapens Hus, KTH Kungliga Tekniska högskolan (e-post: X; Telefon: X) och Lisa Österling vid MND, Stockholms universitet (e-post: X).

KTH (organisationsnummer: 202100–3054) är personuppgiftsansvarig för behandlingen av dina personuppgifter. Du har rätt att lämna klagomål till Datainspektionen och till KTH:s dataskyddsombud (dataskyddsombud@kth.se).

Stockholm, 11 okt 2021

Med vänlig hälsning

Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg
KTH Kungliga Tekniska högskolan

Samtycke för deltagande i studie om digitala verktyg – Lärarstudent

Jag har läst informationen om forskningsinsatsen i KULF-projektet och samtycker till att delta i studien (kryssa i).

Ja ☐

Nej ☐

Jag samtycker också till att materialet används för fortbildning av pedagoger och lärare (kryssa i)

Ja ☐

Nej ☐

Underskrift

Namnförtydligande

Datum

Bilaga 3 – Semistrukturerade intervjuer, intervjuguide

Intervjuer Fas 1 – Underlag

Information om intervjuguiden

Intervjuguiden utgår från två frågeställningar som intervjun som helhet ska bidra till att svara på. Intervjufrågorna är färgkodade för att se vilken av dessa frågeställningar de bidrar till att besvara, blå för fråga 1 och rosa för fråga 2.

Vidare innehåller intervjuguiden 11 intervjufrågor, vilka är fetstilta i guiden. Dessa är de som kommer att ställas till intervjudeltagarna i första hand. I anslutning till varje fråga Om frågan skulle vara otydlig för deltagaren finns mer information under frågan. I kursiv stil står information till personen som intervjuar. Det kan till exempel vara exempel på svar på frågan, eller en kommentar om vad som är viktigt att fokusera på så att samtalet inte glider för långt bort från syftet med intervjun. Det som varken är fetstilt eller kursivt är exempel på följdfrågor som kan ställas om det behövs för att engagera intervjudeltagaren.

Frågeställningar

- Hur använder matematiklärare GeoGebra, eller liknande digitala verktyg, i klassrummet?
- Vilka problem upplever matematiklärare att de stöter på i undervisningen med GeoGebra, eller liknande digitala verktyg?

Intervjufrågor

- **Vilka digitala verktyg använder du i klassrummet?**
 - Endast intresserade av CAS, DGS, grafritande verktyg, miniräknare
 - Inom vilka områden i matematiken?
- **Hur ofta använde/-r du nämnda digitala verktyg som en del av din undervisning?**
 - varje lektion/varje vecka/varje månad/varje kursomgång
- **Till vad använde/-r DU de digitala verktygen i ditt klassrum?**
 - t.ex. visuellt hjälpmedel vid genomgångar, grafritare, miniräknare, lösa uppgifter i helklass, exempel, ledning till elever, introduktion till område
- **Till vad använde/-r ELEVERNA de digitala verktygen i ditt klassrum?**
 - t.ex. visuellt hjälpmedel vid genomgångar, grafritare, miniräknare, lösa uppgifter i helklass

- Hur organiserar du elevernas arbete (enskilt/par/grupp/helklass, dator/mobil)
- **Vilka för- och nackdelar ser du med nämnda digitala verktyg i klassrummet?**
 - Ur ett lärande- och elevperspektiv?
 - Ur ett organisationsperspektiv? (Undervisningen)
 - *Tvådelad fråga - eventuellt får vi se till att BÅDE för- och nackdelar besvaras*
 - *Diskutera de verktyg som har nämnts men med fokus på GeoGebra*
- **Vad vill/-e du uppnå med att använda digitala verktyg?**
 - *GeoGebra/Desmos extra intressant*
 - Syfte med användningen, kopplat till kursplanen - att lära sig matematiken eller det digitala verktyget?
 - Interaktion och resonemang?
- **Vad karaktäriserar de uppgifter/övningar som du väljer/valde?**
 - *dynamiska/"rätt-svar-frågor"/undersökande/problemlösande/resonerande frågor*
 - (om blandat) ställs frågorna i viss ordning (t.ex. med instegsfrågor i början, ökande komplexitet och utmaningar i slutet)?
 - vad i uppgifterna som inbjuder eleverna till att interagera?
- **Vad behöver du som skulle underlätta ett ökat användande av GeoGebra?**
 - *Stödmaterial/Uppgifter/Sortering av uppgifter/Utbildning/Tips etc.*
 - *Brett/Specifikt*
 - **Vad upplever du att eleverna har svårt med i interaktionen med GeoGebra?**
 - Under genomgångar/i det egna arbetet?
 - **Vad upplever du har varit svårt att lyckas med vid användning av GeoGebra i genomgångar?**
 - Är eleverna delaktiga i genomgångarna? (Använder de själva verktyget under tiden eller går du igenom och sen får eleverna testa själva efteråt?)

SPECIFIKT FÖR MA3C

- **Hur använde du GeoGebra förra året (inom Matematik 3c)?**
 - *Exempel! Uppgift/Situation*

Bilaga 4 – En första fokusgrupp, intervjuunderlag

Fokusgrupp Fas 3 - Underlag

Övergripande fokus

- att låta lärarna skapa och ge exempel på en uppgift med lärarställda frågor med hjälp av en given GeoGebra-aktivitet och flödesschemat.
- att låta lärarna beskriva sin upplevelse av planeringsmaterialet, både av innehåll och layout.

Introduktion (5–10)

1. Presentera oss! Och våra roller.
2. Gå igenom agendan
 1. läsa igenom materialet
 2. tillsammans planera en uppgift med en GeoGebra-aktivitet
 3. utvärdering, synpunkter och diskussion kring materialet
3. Se till att alla har GeoGebra-uppgiften framför sig
4. Skicka ut lärarhandledningen
5. Prata lite kort om värderingar
 1. Även om vi har gjort materialet, så vill vi höra både positiva och negativa delar. Syftet är att förbättra.
 2. Utgå från personerna. Undvik “man”. Vi ska försöka undvika det i formuleringen i frågorna, och ni får gärna prata i “jag”-form, så att om någon tycker något annat kan de säga att “men jag tycker så här”.
 3. Ni behöver inte hålla med varandra, men respektera varandras åsikter.
6. Informera om inspelningen
 1. Vi kommer inte svara på några frågor om materialet!
7. Några frågor?

Läsa materialet (10)

Egen läsning av materialet, invänta att alla hinner klart - borde ta max 10 min

- Kameror på, mikrofon av
- Hojta när ni har läst
- Det finns två alternativ på flödesschemat

Några frågor innan inspelningen startas?

STARTA INSPELNINGEN

Workshop (15–30)

Starta upp arbetet

Utvärdering (15–30)

Uppstartsfrågor

- Nu när ni fått använda materialet, vad är era första tankar?
- Hur kände ni med tiden det tog att sätta sig in i materialet?
 - Tidsmässigt, hur kändes det att sätta sig in i materialet?

Innehåll

- (Om vi övergår och fokuserar på innehållet ...)
 - ... anser ni att innehållet är begripligt (går det att förstå för lärare)?
 - Varför/varför inte?
 - Förstod ni vad vi menade med...
 - ...i inledningen?
 - ...i flödesschemat?
 - Är någon del av innehållet otydlig?
 - Skulle någon del kunna förtydligas?
 - Är det någon del som ni anser ska vara precis som den är?
 - Anser ni att innehållet stöttande/användbart? ... i ert vardagliga arbete?
 - Varför/varför inte/på vilket sätt?
 - Skulle du önska **mer** av något i materialet?
 - Är någon del av innehållet **överflödigt**?
 - Är någon del av innehållet **svår**?
 - Passar materialet alla lärare?
 - Beroende på erfarenheter

Design

- Tycker ni att designen (strukturen på lärarhandledningen) ger en tydlig koppling till GeoGebra?
- Föredrar ni alternativ 1 eller 2 (på flödesschemat)?
- Fungerar uppdelningen i steg, och är stegen tydliga?
 - Anser ni att några steg bör slås ihop/separeras
 - Anser ni att något steg bör tas bort?
 - Anser ni att några steg borde flyttas?
- Tycker ni att designen passar bättre i någon särskild klassrumssituation/arbetssätt?

Bilaga 5 – Fokusgrupper, intervjuunderlag

Fokusgrupper Fas 6 - Underlag

Övergripande fokus

- att låta lärarna skapa en uppgift med hjälp av en egen GeoGebra-aktivitet, för att utvärdera på vilket sätt lärarhandledningen stöttar vid planering för avritualisering.
- att låta lärarna beskriva sin upplevelse av planeringsmaterialet med avseende på avritualisering samt det kompensatoriska uppdraget.

Introduktion (5–10)

1. Presentera oss! Och våra roller.
2. Gå igenom agendan
 1. Använda lärarhandledningen för att skapa en uppgift (per person)
 2. Diskutera de skapade uppgifterna
 3. Utvärdering
3. Se till att alla har GeoGebra-uppgiften och lärarhandledningen framför sig
 1. vet alla hur man skärmdelar?
4. Prata lite kort om värderingar
 1. Även om vi har gjort materialet, så vill vi höra både positiva och negativa delar. Syftet är att förbättra.
 2. Utgå från personerna. Undvik “man”. Vi ska försöka undvika det i formuleringen i frågorna, och ni får gärna prata i “jag”-form, så att om någon tycker något annat kan de säga att “men jag tycker så här”.
 3. Ni behöver inte hålla med varandra, men respektera varandras åsikter.
5. Informera om inspelningen
 1. Vi kommer inte svara på några frågor om materialet!
6. Några frågor?

STARTA INSPELNINGEN

Skapa uppgifter (20)

Starta upp arbetet

Utvärdering (30)

Uppstartsfrågor

- Nu när ni fått använda materialet, vad är era första tankar?
- Hur kände ni med tiden det tog att sätta sig in i materialet?
 - Tidsmässigt, hur kändes det att sätta sig in i materialet?

Hur används lärarhandledningen?

- Om ni skulle använda denna lärarhandledning när ni själva planerar en lektion, hur skulle ni använda den då?
- Vilka delar läste ni när ni kollade igenom lärarhandledningen på förhand?
 - Var någon del mer intressant?
 - Var någon del irrelevant?

Hur används exemplen?

- Vilka steg mot avritualisering kan ni hitta i exemplen?
- På vilket/vilka sätt var exemplen till hjälp?
 - Förstod ni exemplen?
 - Bidrar dom till teoretisk förståelse?

Hur kan ramverket förtydligas

- Har ni läst den fördjupade teorin?
 - Bidrar den fördjupade teorin till tydlighet och begriplighet i lärarhandledningen?
- Vad tolkar ni är lärarhandledningens syfte?
 - Vad bidrar lärarhandledningen med? Utveckla / Inspiration
- Tycker ni att det behöver tas bort eller läggas till något i steg 3 för att det ska gå lättare att planera en lektion?
 - Behövs det något mer i allmänhet i flödesschemat?
 - Blir det ett rimligt flow att följa flödesschemat?
 - Hur kan man stötta lärarna mer i steg 3?

Begriplighet och tydlighet

- På vilket sätt kan tydligheten ökas i materialet så att det går lättare att förstå?
 - Vad var bra?
 - Vad skulle behöva förtydligas?
 - Vad tycker ni om utvärderingspunkten?

Utbildande

- Känner ni att ni kan utveckla er undervisning med lärarhandledningen?
 - Varför / Varför inte? Hur?
 - Vad bidrar lärarhandledningen med?

Kompensatoriskt

- Går materialet att användas för att anpassa undervisningen till alla elever

Bilaga 6 – Prototyp 1

Skapat av
Nelly Wannberg &
Ida Fantenberg Niklasson

UTFORSKANDE LEKTIONER MED GEOGEBRA

*Ett planeringsmaterial till
lärare för att ge eleverna
en möjlighet att gå från
ritual till utforskande*

EN BESKRIVNING AV MATERIALET

Inledning

Detta material är skapat av Ida Fantenberg Niklasson och Nelly Wannberg. Det är en del av ett avslutande examensarbete vid sektionen för Civilingenjör och Lärare på Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm. Syftet med materialet är att inspirera och utmana lärare till att utveckla sin matematikundervisning med hjälp av aktiviteter i GeoGebra. Materialet skapades för att stötta läraren i det kompensatoriska uppdraget och ge alla elever möjlighet att arbeta på ett utforskande sätt, snarare än på ett processororienterat sätt där fokus ligger på att utföra procedurer. Materialet ska underlätta planeringsarbetet genom att föreslå möjliga vägar till utforskande lärande.

Att arbeta på ett utforskande sätt

Målet med undervisningen är att eleverna ska lära sig matematik, det vill säga de ska kunna delta i den matematiska diskursen. Detta sker genom att gradvis avritualisera lärandet från det processororienterade upprepandet av procedurer i kända situationer till ett objekts- och resultatorienterat användande av procedurer i nya situationer. Det processororientade lärandet, där proceduren står helt i centrum, kallar vi för ritual, och eleven går mot utforskande när lärandet avritualiseras. Vi har valt att operationalisera lärande på detta sätt eftersom GeoGebra är ett verktyg som har potential att användas i syfte att gå mot utforskande lärande, men som också lätt kan bli en genväg för eleverna att upprepa ritualer.

Materialet är därför utformat för att tipsa om hur undervisningen kan organiseras för att ge fler elever möjlighet att ta steget från processororienterade handlingar till utforskande arbete. För att bespara läraren tiden och arbetet det kräver att skapa egna aktiviteter i GeoGebra utgår materialet från de färdiga aktiviteter som finns under Resurser på Geogebras hemsida.

Innehåll

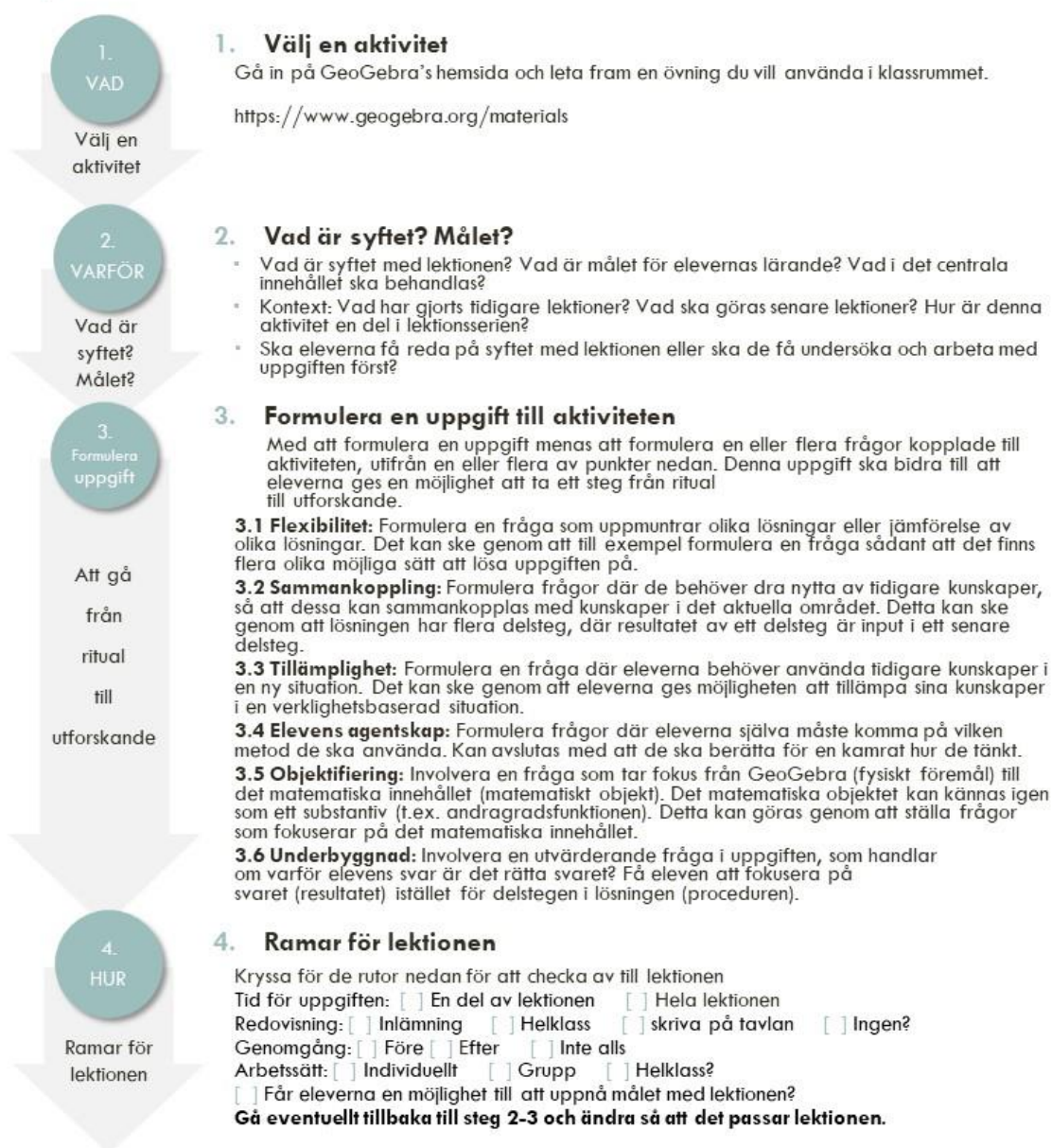
➤ Flödesschema för planering av en lektionsaktivitet

Lättöverskådlig mall för planering av uppgifter och frågor till färdiga aktiviteter i GeoGebra

➤ Fördjupande teori

En fördjupande guide till kommognition och lärande genom upprepning av rutiner, att gå från ritualer till utforskande

FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING



FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING

1.
VAD

1. Välj en aktivitet

Gå in på GeoGebra's hemsida och leta fram en övning du vill använda i klassrummet.

<https://www.geogebra.org/materials>

2.
VARFÖR

2. Vad är syftet? Målet?

- Vad är syftet med lektionen? Vad är målet för elevernas lärande? Vad i det centrala innehållet ska behandlas?
- Kontext: Vad har gjorts tidigare lektioner? Vad ska göras senare lektioner? Hur är denna aktivitet en del i lektionsserien?
- Ska eleverna få reda på syftet med lektionen eller ska de få undersöka och arbeta med uppgiften först?

3.
Formulera
uppgift

3. Formulera en uppgift till aktiviteten

Med att formulera en uppgift menas att formulera en eller flera frågor kopplade till aktiviteten, utifrån en eller flera av punkter nedan. Denna uppgift ska bidra till att eleverna ges en möjlighet att ta ett steg från ritual till utforskande.

3.1 Flexibilitet: Formulera en fråga som uppmuntrar olika lösningar eller jämförelse av olika lösningar. Det kan ske genom att till exempel formulera en fråga sådant att det finns flera olika möjliga sätt att lösa uppgiften på.

3.2 Sammankoppling: Formulera frågor där de behöver dra nytta av tidigare kunskaper, så att dessa kan sammankopplas med kunskaper i det aktuella området. Detta kan ske genom att lösningen har flera delsteg, där resultatet av ett delsteg är input i ett senare delsteg.

3.3 Tillämplighet: Formulera en fråga där eleverna behöver använda tidigare kunskaper i en ny situation. Det kan ske genom att eleverna ges möjligheten att tillämpa sina kunskaper i en verklighetsbaserad situation.

3.4 Elevers agenskap: Formulera frågor där eleverna själva måste komma på vilken metod de ska använda. Kan avslutas med att de ska berätta för en kamrat hur de tänkt.

3.5 Objektifiering: Involvera en fråga som tar fokus från GeoGebra (fysiskt föremål) till det matematiska innehållet (matematiskt objekt). Det matematiska objektet kan kännas igen som ett substantiv (t.ex. andragsgradsfunktionen). Detta kan göras genom att ställa frågor som fokuserar på det matematiska innehållet.

3.6 Underbyggnad: Involvera en utvärderande fråga i uppgiften, som handlar om varför elevens svar är det rätta svaret? Få eleven att fokusera på svaret (resultatet) istället för delstegen i lösningen (proceduren).

4.
HUR

4. Ramar för lektionen

Kryssa för de rutor nedan för att checka av till lektionen

Tid för uppgiften: ☐ En del av lektionen ☐ Hela lektionen

Redovisning: ☐ Inlämning ☐ Helklass ☐ skriva på tavlan ☐ Ingen?

Genomgång: ☐ Före ☐ Efter ☐ Inte alls

Arbetsätt: ☐ Individuellt ☐ Grupp ☐ Helklass?

☐ Får eleverna en möjlighet till att uppnå målet med lektionen?

Gå eventuellt tillbaka till steg 2-3 och ändra så att det passar lektionen.



EN TEORETISK BESKRIVNING

INSERT TEXT



OLIKA STEG: ATT GÅ FRÅN RITUAL TILL UTFORSKANDE

INSERT TEXT

Skapat av
Nelly Wannberg &
Ida Fantenberg Niklasson

UTFORSKANDE LEKTIONER MED GEOGEBRA

*Ett planeringsmaterial till
lärare för att ge eleverna
en möjlighet att gå från
ritual till utforskande*

EN BESKRIVNING AV MATERIALET

Inledning

Detta material är en del av ett avslutande examensarbete vid sektionen för Civilingenjör och Lärare på Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm. Syftet med materialet är att inspirera och utmana lärare till att utveckla sin matematikundervisning med hjälp av aktiviteter i GeoGebra. Materialet skapades för att stötta läraren i det kompensatoriska uppdraget och ge alla elever möjlighet att, i små steg, röra sig från ett processororienterat lärande till att arbeta utforskande. Materialet ska underlätta planeringsarbetet genom att föreslå möjliga vägar att ställa frågor och skapa uppgifter för att gå mot utforskande lärande.

Att arbeta på ett utforskande sätt

Målet med undervisningen är att eleverna ska lära sig matematik, det vill säga de ska kunna delta i den matematiska diskursen. Detta sker genom att gradvis avritualisera lärandet från det processororienterade upprepandet av procedurer i kända situationer till ett objekts- och resultatorienterat användande av procedurer i nya situationer. Det processororienterade lärandet, där proceduren står helt i centrum, kallar vi för ritual, och eleven går mot utforskande när lärandet avritualiseras. Vi har valt att operationalisera lärande på detta sätt eftersom GeoGebra är ett verktyg som har potential att användas i syfte att gå mot utforskande lärande, men som också lätt kan bli en genväg för eleverna att upprepa ritualer.

Materialet är därför utformat för att tipsa om hur undervisningen kan organiseras för att alla elever möjlighet att ta steget från processororienterade handlingar till utforskande arbete. För att bespara läraren tiden och arbetet det kräver att skapa egna aktiviteter i GeoGebra utgår materialet från de färdiga aktiviteter som finns under *Resurser* på GeoGebbras hemsida.

Innehåll

➤ Flödesschema för planering av en lektionsaktivitet

Lättöverskådlig mall för planering av uppgifter och frågor till färdiga aktiviteter i GeoGebra.

➤ Exempel på en lektionsaktiviteter

TVå exempel på lektioner som planerats med hjälp av materialet.

➤ Fördjupande teori

En fördjupande guide till komognition och lärande genom upprepning av rutiner, att gå från ritualer till utforskande.

FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING

VAD

1. Välj en aktivitet

Gå in på GeoGebras hemsida och leta fram en aktivitet du vill använda i klassrummet.
<https://www.geogebra.org/materials>

VARFÖR

2. Bestäm syfte och mål

Vad är syftet med aktiviteten och vad ska eleverna lära sig?

Formulera Uppgift

3. Formulera en uppgift till aktiviteten

Skapa en uppgift som innehåller en eller flera frågor kopplade till aktiviteten. Använd begreppen till höger för att formulera uppgiftsfrågorna, men observera att alla begrepp inte behöver användas.

HUR

4. Använd uppgiften i en lektion

Bestäm tidsåtgång och arbetssätt för uppgiften. Se nästa sida för mer planeringsstöd för lektionen.

Flexibilitet

Formulera en fråga som uppmuntrar olika lösningar eller jämförelse av olika lösningar. Det kan ske genom att till exempel formulera en fråga sådant att det finns flera olika möjliga sätt att lösa uppgiften på.

Sammankoppling

Formulera frågor där de behöver dra nytta av tidigare kunskaper, så att dessa kan sammankopplas med kunskaper i det aktuella området. Detta kan ske genom att lösningen har flera delsteg, där resultatet av ett delsteg är input i ett senare delsteg.

Tillämplighet

Formulera en fråga där eleverna behöver använda tidigare kunskaper i en ny situation. Det kan ske genom att eleverna ges möjligheten att tillämpa sina kunskaper i en verklighetsbaserad situation.

Elevers agentskap

Formulera frågor där eleverna själva måste komma på vilken metod de ska använda. Kan avslutas med att de ska berätta för en kamrat hur de tänkt.

Objektifiering

Involvera en fråga som tar fokus från GeoGebra (fysiskt föremål) till det matematiska innehållet (matematiskt objekt). Det matematiska objektet kan kännas igen som ett substantiv (t.ex. andragsgradsfunktionen). Detta kan göras genom att ställa frågor som fokuserar på det matematiska innehållet.

Underbyggnad

Involvera en utvärderande fråga i uppgiften, som handlar om varför elevens svar är det rätta svaret? Få eleven att fokusera på svaret (resultatet) istället för delstegen i lösningen (proceduren).

FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING

4. Använd uppgiften i en lektion

Här finns lite extra stöd för att planera lektionen, i form av en checklista med saker som kan vara bra att tänka på.

Du kan eventuellt gå tillbaka och ändra uppgiften du konstruerat efter att du definierat ramarna för lektionen. Du kan kryssa i flera rutor på samma rad, men du kan också enbart kolla på de olika förslagen för inspiration.

Plats: ☐ lokal för lektionen är bestämd

Material: ☐ finns tillgängligt

Tidsåtgång: ☐ en del av lektionen ☐ hela lektionen

Arbetsätt: ☐ individuellt ☐ par ☐ grupp ☐ helklass

Redovisning: ☐ inlämning ☐ helklass ☐ skriva på tavlan ☐ ingen

Genomgång: ☐ före ☐ efter ☐ inte alls



Tips!

Använd arbetssättet EPA:
Enskilt, Par, Alla

5. Utvärdering

Glöm inte bort att utvärdera hur lektionen gick i efterhand.

- Vad fungerade bra?
- Vad kommer du göra annorlunda till nästa gång?

EXEMPEL PÅ EN LEKTIONSAKTIVITET

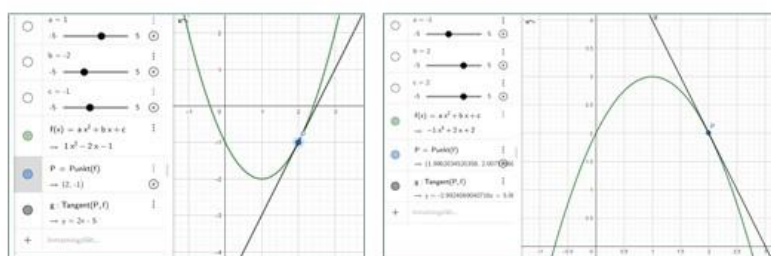
Steg 1 - Aktivitet

Se till höger.

Steg 2 - Syfte och Mål

* Kurs: Matematik 3c.

* Syftet är att undersöka lutningen i punkter på en andragradsfunktion, för att ge en introduktion till begreppen derivata och tangent. Målet är att lära sig om lutningen i en punkt, och metoder för att bestämma denna.



Steg 3 - Uppgift

- * Skapa andragradsfunktionen: $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Dra sedan i punkten P och se hur linjen rör sig längs med grafen.
- * Derivera $f'(x)$ enligt de deriveringsregler ni precis lärt er, dvs. $f'(x) = ?$.
- * Sätt punkten till $P = (2, -1)$. Studera linjen! Vad är linjens ekvation? $y = ?$
- * Sätt in punktens x -värde i funktionens derivata, dvs. beräkna $f'(2)$. Kan du se något samband mellan värdet på $f'(2)$ och linjens ekvation?
- * Prova även att sätta punkten till $P = (0, -1)$ och beräkna $f'(0)$? Vad finns det för samband mellan derivatan och linjens ekvation? Prova att derivera linjens ekvation, ser du sambandet tydligare nu?
- * En extra spännande punkt att prova är $P = (1, -2)$ och $f'(1)$. Hur ser linjen ut? Vad har linjen för k -värde? Vad har $f'(1)$ för värde?

Skriv tydligt ner svaren som efterfrågas på alla steg!

- * Skapa nu funktionen $g(x) = -x^2 + 2x + 2$.
- * Skriv ner linjens ekvation i punkterna: $P = (2, -2)$, $(-1, -1)$, $(1, 3)$.
- * Beräkna $g'(x)$ och sedan $g'(2)$, $g'(-1)$, $g'(1)$.

Avslutning

- * Försök nu att förklara sambandet mellan derivatan, $f'(x)$ och linjens ekvation! Använd följande begrepp: derivata, lutning, andragradsfunktion, linje, punkt.
- * Om du har linjens ekvation för punkten, hur kan du se att du beräknat derivatan rätt?

Hitta ett annat par och jämför era beskrivningar. Förklara så att ni förstår varandra!

Steg 4 - Lektion

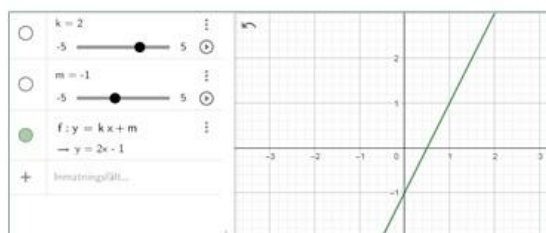
Beräknad tidsåtgång: 15-30 min

Arbetsätt: Eleverna utför uppgiften tillsammans i par, och diskuterar sedan svaren med ett annat par. Innan eleverna jobbar med uppgiften har läraren en genomgång där de enklaste deriveringsreglerna introduceras, utan att förklara vad begreppet derivata innebär. Därefter jobbar eleverna med uppgiften, och avslutningsvis så sammanfattar läraren syftet med uppgiften och förklarar vad som menas med derivata, ändringskvot och tangent.

EXEMPEL PÅ EN LEKTIONSAKTIVITET

Steg 1 - Aktivitet

Se till höger.



Steg 2 – Syfte och Mål

* Kurs: Matematik 1c.

* Syftet är att sammanbinda en linjär funktion med grafen, och identifiera k- och m-värde. Målet är att lära sig metoder för att bestämma linjära funktioner.

Steg 3 - Uppgift

1. Dra i glidarna och undersök följande:
 - a) Vad händer när m-värdet ökar/minskar/är 0?
 - b) Vad händer när k-värdet är positivt/negativt/0?
2. Hur förändras funktionens y-värden när m ändras? Låt $k = 2$.
 - a) Sätt $m = -1$. Rita en värdetabell (se tabell till höger).
 - b) Sätt $m = 0$. Hur förändras värdetabellen?
 - c) Sätt $m = 1$. Hur förändras värdetabellen?
3. Hur förändras funktionens y-värden när k ändras? Låt $m = 0$.
 - a) Sätt $k = 1$. Rita en värdetabell (se tabell till höger).
 - b) Sätt $k = 2$. Hur förändras värdetabellen?
 - c) Sätt $k = 3$. Hur förändras värdetabellen?
 - d) Sätt $k = -1$. Hur förändras värdetabellen?
 - e) Sätt $k = -2$. Hur förändras värdetabellen?
4. Beskriv sambandet mellan värdena på x & y och k-värdet.
5. Hur kan du bestämma lutningen för en linjär funktion?
6. Hur kan du bestämma räta linjens ekvation?

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Steg 4 - Ramar för lektionen

Beräknad tidsåtgång: 30 min

Arbetsätt: EPA (Enskilt, Par, Alla). Eleverna får göra fråga 1 enskilt. Därefter diskuterar de uppgift 1 i par och gör uppgift 2-6 tillsammans. Slutligen diskuteras del 1-5 i helklass.

Avslutningsvis sker en genomgång där läraren visar hur lutningen kan räknas ut som $k = \Delta y / \Delta x$. Eleverna har tidigare introducerats för funktionsbegreppet och de har använt värdetabeller.

EN TEORETISK BESKRIVNING

För att förstå materialets uppbyggnad följer här några definitioner och förklaringar av de lärandeteorier som materialet grundar sig i. Till att börja med definieras *lärande* ur ett *deltagande*-perspektiv. Att utöva matematik är att delta i den *kommunikation* som är specifik för ämnet matematik. Vi kallar det för deltagande i den matematiska *diskursen*. Att lära sig matematik är att bli introducerad för denna diskurs. Lärandet utgör målet med undervisningen.

En *rutin* är ett mönster som uppstår genom repetition av en procedur i en viss situation. Ordet rutin känns igen från vardagen och innebär i stort sett samma sak i det här sammanhanget. Rutinen är en uppgift som ska utföras i kombination med den procedur som används för att utföra uppgiften. En procedur kan bestå av flera delsteg.

Exempel:

- ❖ *Du ska hälsa på din kollega (uppgiften). Du tolkar situationen baserat på tidigare erfarenheter och väljer hur du ska genomföra detta. Du vinkar till kollegan, ler och säger hej (proceduren).*
- ❖ *Du ska utföra multiplikationen 4×3 (uppgiften). Du tolkar situationen baserat på tidigare erfarenheter och väljer hur du ska genomföra detta. Du beräknar summan $4 + 4 + 4$ (proceduren).*

Rutinen kan i sin tur vara processororienterad eller målorienterad. En processororienterad rutin kallar vi *ritual*. Elevens fokus vid utförande av en ritual är själva proceduren som används för att lösa uppgiften. En målorienterad rutin sägs vara *utforskande*. Elevens fokus i det här fallet blir att nå ett svar (komma fram till ett resultat). När man lär sig matematik implementeras oftast ritualerna först, och sedan kan en avritualisering (eng. de-ritualization) gradvis ske mot helt och hållet utforskande rutiner. Avritualiseringen sker gradvis och rutiner kan därmed vara ett mellanting av ritual och utforskande.

Vidare följer några indikationer som visar på en avritualisering. Målet med undervisningen är att eleverna ska kunna använda rutiner utforskande och därmed kunna delta i den matematiska diskursen. Observera dock att ritualer också är viktiga för elevens lärande och att värdet av dessa inte är försumbart.

OLIKA STEG: ATT GÅ FRÅN RITUAL TILL UTFORSKANDE

- **Flexibilitet (eng. Flexibility)** En ökande flexibilitet hos en rutin innebär att det finns fler än ett sätt att utföra samma uppgift.

Eleven tar ett steg mot utforskande när eleven inser att det finns ytterligare procedurer som kan användas för att utföra samma uppgift. Eleven kan då använda flera procedurer för att lösa uppgiften

- **Sammankoppling (eng. Bondedness)** En sammankopplad rutin innebär att resultatet av ett delsteg i proceduren är input till ett senare delsteg. Alla steg i proceduren ska vara sammankopplade.

Till en början kan eleven utföra några eller alla delsteg men vara omedveten om relationen mellan delstegen. Eleven tar ett steg mot utforskande när denne blir medveten om relationen mellan de olika delstegen, de vill säga att eleven sammankopplar delstegen.

- **Tillämplighet (eng. Applicability)** En tillämpbar rutin är en rutin som är användbar i flera olika typer av uppgifter, i nya sammanhang.

En ritual har låg tillämplighet eftersom bara väldigt små detaljer får vara ändrade i uppgiften för att proceduren ska kunna användas igen. En målorienterad rutin är mer trolig att kunna användas igen då den fokuserar på resultatet och inte är lika begränsad av att uppgiften ska vara återskapad precis. En avritualisering av rutinerna sker när eleven kan tillämpa en rutin i ett nytt sammanhang, som skiljer sig från tidigare situationer där rutinen varit användbar.

- **Elevens agenskap (eng. Performer's agentivity)** Att ta egna beslut om vilket delsteg som ska utföras och när det ska utföras, i en viss typ av uppgift.

När eleven utför ritualer har denne inte någon frihet att ta egna beslut. Eleven går mot utforskande när eleven på egen hand kan se hur proceduren till uppgiften ska utföras, utan instruktioner.

- **Objektifiering (eng. Objectification)** Att ersätta konkreta föremål med abstrakta matematiska objekt.

När ett konkret föremål används för att lösa en uppgift så utförs proceduren på det konkreta föremålet. Eleven går mot utforskande när de konkreta föremålen ersätts av abstrakta objekt, vilka procedurerna då istället utförs på. Ett exempel är att till en början förklarar en elev att addition utförs med hjälp av att eleven räknar hur många klossar (konkret föremål) det finns sammanlagt, men går till att addition utförs med heltal (abstrakta objekt).

- **Underbyggnad (eng. Substantiability)** Elevens förmåga att kunna förklara och utvärdera sin lösning.

Motiveringen till lösningen är processorienterad om eleven förklarar lösningen genom att delge stegen i proceduren, vilket tyder på att uppgiften löstes genom ritualer. Eleven går mot utforskande när motiveringen är resultatorienterad. Till exempel kan lösningen till en ekvation motiveras med att varje steg i proceduren är genomfört (processorienterad) eller med att stoppa in svaret i ekvationen och se att den är korrekt (resultatorienterad).

Skapat av
Nelly Wannberg &
Ida Fantenberg Niklasson

UTFORSKANDE LEKTIONER MED GEOGEBRA

*Ett planeringsmaterial till
lärare för att ge eleverna
en möjlighet att gå från
ritual till utforskande*

EN BESKRIVNING AV MATERIALET

Inledning

Detta material är en del av ett avslutande examensarbete för programmet Civilingenjör och Lärare på Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm. Syftet med materialet är att inspirera och utmana lärare till att utveckla sin matematikundervisning med hjälp av aktiviteter i GeoGebra. Materialet skapades för att stötta läraren i det kompensatoriska uppdraget och ge alla elever möjlighet att, i små steg, röra sig från ett processororienterat lärande till att arbeta utforskande. Materialet ska underlätta planeringsarbetet genom att föreslå möjliga vägar att ställa frågor och skapa uppgifter för att gå mot utforskande lärande.

Att arbeta på ett utforskande sätt

Målet med undervisningen är att eleverna ska lära sig matematik, det vill säga de ska kunna delta i den matematiska diskursen (Sfard, 2007). Detta sker genom att gradvis avritualisera lärandet från det processororienterade upprepandet av procedurer i kända situationer till ett objekts- och resultatorienterat användande av procedurer i nya situationer. Det processororienterade lärandet, där proceduren står helt i centrum, kallar vi för ritual, och eleven går mot utforskande när lärandet avritualiseras (Lavie et al., 2019). Vi har valt att operationalisera lärande på detta sätt eftersom GeoGebra är ett verktyg som har potential att användas i syfte att gå mot utforskande lärande, men som också lätt kan bli en genväg för eleverna att upprepa ritualer.

Materialet är därför utformat för att tipsa om hur undervisningen kan organiseras för att alla elever möjlighet att ta steget från processororienterade handlingar till utforskande arbete. För att bespara läraren tiden och arbetet det kräver att skapa egna aktiviteter i GeoGebra utgår materialet från de färdiga aktiviteter som finns under *Resurser* på GeoGebras hemsida.

Innehåll

➤ Flödesschema för planering av en lektionsaktivitet

Lättöverskådlig mall för planering av uppgifter och frågor till färdiga aktiviteter i GeoGebra.

➤ Exempel på en lektionsaktiviteter

Two exempel på lektioner som planerats med hjälp av materialet.

➤ Fördjupande teori

En fördjupande guide till kognition och lärande genom upprepning av rutiner, att gå från ritualer till utforskande.

FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING

VAD

1. Välj en aktivitet

Gå in på GeoGebras hemsida och leta fram en aktivitet du vill använda i klassrummet.
<https://www.geogebra.org/materials>

VARFÖR

2. Bestäm syfte och mål

Vad är syftet med aktiviteten och vad ska eleverna lära sig? Tänk på att inkludera avritalisering i syftet.

Formulera Uppgift

3. Formulera en uppgift till aktiviteten

Skapa en uppgift som innehåller en eller flera frågor kopplade till aktiviteten. Använd begreppen till höger för att formulera uppgiftsfrågorna, men observera att alla begrepp inte behöver användas.

HUR

4. Använd uppgiften i en lektion

Bestäm tidsåtgång och arbetssätt för uppgiften. Se nästa sida för mer planeringsstöd för lektionen.

Flexibilitet

Formulera en fråga som uppmuntrar olika lösningar eller jämförelse av olika lösningar. Det kan ske genom att till exempel formulera en fråga sådant att det finns flera olika möjliga sätt att lösa uppgiften på.

Sammankoppling

Formulera frågor där de behöver dra nytta av tidigare kunskaper, så att dessa kan sammankopplas med kunskaper i det aktuella området. Detta kan ske genom att lösningen har flera delsteg, där resultatet av ett delsteg är input i ett senare delsteg.

Tillämplighet

Formulera en fråga där eleverna behöver använda tidigare kunskaper i en ny situation. Det kan ske genom att eleverna ges möjligheten att tillämpa sina kunskaper i en verklighetsbaserad situation.

Elevers agenskap

Formulera frågor där eleverna själva måste komma på vilken metod de ska använda. Kan avslutas med att de ska berätta för en kamrat hur de tänkt.

Objektifiering

Involvera en fråga som tar fokus från GeoGebra (fysiskt föremål) till det matematiska innehållet (matematiskt objekt). Det matematiska objektet kan kännas igen som ett substantiv (t.ex. andragsgradsfunktionen). Detta kan göras genom att ställa frågor som fokuserar på det matematiska innehållet.

Underbyggnad

Involvera en utvärderande fråga i uppgiften, som handlar om varför elevers svar är det rätta svaret? Få eleven att fokusera på svaret (resultatet) istället för delstegen i lösningen (proceduren).

FLÖDESSCHEMA FÖR PLANERING

4. Använd uppgiften i en lektion

Här finns lite extra stöd för att planera lektionen, i form av en checklista med saker som kan vara bra att tänka på.

Du kan eventuellt gå tillbaka och ändra uppgiften du konstruerat efter att du definierat ramarna för lektionen. Du kan kryssa i flera rutor på samma rad, men du kan också enbart kolla på de olika förslagen för inspiration.

Plats: ☐ lokal för lektionen är bestämd

Material: ☐ finns tillgängligt

Tidsåtgång: ☐ en del av lektionen ☐ hela lektionen

Arbetsätt: ☐ individuellt ☐ par ☐ grupp ☐ helklass

Redovisning: ☐ inlämning ☐ helklass ☐ skriva på tavlan ☐ ingen

Genomgång: ☐ före ☐ efter ☐ inte alls

Tips!

Använd arbetssättet EPA:
Enskilt, Par, Alla



Tips!

TIPS: Använd gärna andra resurser för att få inspiration till uppgifter, till exempel frågor från läroböcker eller gamla nationella prov.

5. Utvärdering

Glöm inte bort att utvärdera hur lektionen gick i efterhand. Gavs alla elever möjlighet till avritualisering?

- Vad fungerade bra?
- Vad kommer du göra annorlunda till nästa gång?

EXEMPEL PÅ EN LEKTIONSAKTIVITET (1)

Steg 1 - Aktivitet

Se till höger.

Steg 2 - Syfte och Mål

- * Kurs: Matematik 3c.
- * Syftet är att utforska lutningen i punkter på en andragsradsfunktion. Målet är att lära sig om lutningen i en punkt genom att sammankoppla tidigare kunskaper om räta linjer med det nya området derivata.

Steg 3 - Uppgift

- * Skapa andragsradsfunktionen: $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Dra sedan i punkten P och se hur linjen rör sig längs med grafen.
- * Derivera $f(x)$ enligt de deriveringsregler ni precis lärt er, dvs. $f'(x) = ?$.
- * Sätt punkten till $P = (2, -1)$. Studera linjen! Vad är linjens ekvation? $y = ?$
- * Sätt in punktens x-värde i funktionens derivata, dvs. beräkna $f'(2)$. Kan du se något samband mellan värdet på $f'(2)$ och linjens ekvation?
- * Prova även att sätta punkten till $P = (0, -1)$ och beräkna $f'(0)$? Vad finns det för samband mellan derivatan och linjens ekvation? Prova att derivera linjens ekvation, ser du sambandet tydligare nu?
- * En extra spännande punkt att prova är $P = (1, -2)$ och $f'(1)$. Hur ser linjen ut? Vad har linjen för k-värde? Vad har $f'(1)$ för värde?

Sammankoppling

Sammankoppling

Skriv tydligt ner svaren som efterfrågas på alla steg!

- * Skapa nu funktionen $g(x) = -x^2 + 2x + 2$.
- * Skriv ner linjens ekvation i punkterna: $P = (2, -2)$, $(-1, -1)$, $(1, 3)$.
- * Beräkna $g'(x)$ och sedan $g'(2)$, $g'(-1)$, $g'(1)$.

Avslutning

- * Försök nu att förklara sambandet mellan derivatan, $f'(x)$ och linjens ekvation! Använd följande begrepp: derivata, lutning, andragsradsfunktion, linje, punkt.
- * Om du har linjens ekvation för punkten, hur kan du se att du beräknat derivatan rätt?

Sammankoppling

Objektivering

Underbyggnad

Underbyggnad

Hitta ett annat par och jämför era beskrivningar. Förklara så att ni förstår varandra!

Steg 4 - Lektion

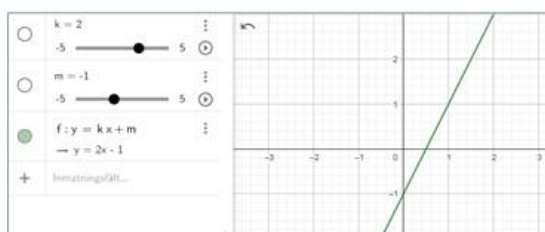
Beräknad tidsåtgång: 15-30 min

Arbetsätt: Eleverna utför uppgiften tillsammans i par, och diskuterar sedan svaren med ett annat par. Innan eleverna jobbar med uppgiften har läraren en genomgång där de enklaste deriveringsreglerna introduceras, utan att förklara vad begreppet derivata innebär. Därefter jobbar eleverna med uppgiften, och avslutningsvis så sammanfattar läraren syftet med uppgiften och förklarar vad som menas med derivata, ändringskvot och tangent.

EXEMPEL PÅ EN LEKTIONSAKTIVITET (2)

Steg 1 - Aktivitet

Se till höger.



Steg 2 – Syfte och Mål

* Kurs: Matematik 1c.

* Syftet är att binda samman en linjär funktion med grafen, samt identifiera k - och m -värde. Målet är att eleverna på egen hand ska undersöka metoder för att bestämma linjära funktioner.

Steg 3 - Uppgift

1. Dra i glidarna och undersök följande:
 - a) Vad händer när m -värdet ökar/minskar/är 0?
 - b) Vad händer när k -värdet är positivt/negativt/0?
2. Hur förändras funktionens y -värden när m ändras? Låt $k = 2$.
 - a) Sätt $m = -1$. Rita en värdetabell (se tabell till höger).
 - b) Sätt $m = 0$. Hur förändras värdetabellen?
 - c) Sätt $m = 1$. Hur förändras värdetabellen?
3. Hur förändras funktionens y -värden när k ändras? Låt $m = 0$.
 - a) Sätt $k = 1$. Rita en värdetabell (se tabell till höger).
 - b) Sätt $k = 2$. Hur förändras värdetabellen?
 - c) Sätt $k = 3$. Hur förändras värdetabellen?
 - d) Sätt $k = -1$. Hur förändras värdetabellen?
 - e) Sätt $k = -2$. Hur förändras värdetabellen?
4. Beskriv sambandet mellan värdena på x & y och k -värdet.
5. Hur kan du bestämma lutningen för en linjär funktion?
6. Hur kan du bestämma räta linjens ekvation?

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Flexibilitet
Elevers
agentskap

Sammankoppling

Elevers agentskap
Tillämplighet

Steg 4 - Lektion

Beräknad tidsåtgång: 30 min

Arbetsätt: EPA (Enskilt, Par, Alla). Eleverna får göra fråga 1 enskilt. Därefter diskuterar de uppgift 1 i par och gör uppgift 2-6 tillsammans. Slutligen diskuteras del 1-5 i helklass.

Avslutningsvis sker en genomgång där läraren visar hur lutningen kan räknas ut som $k = \Delta y / \Delta x$. Eleverna har tidigare introducerats för funktionsbegreppet och de har använt värdetabeller.

EN TEORETISK BESKRIVNING

För att förstå materialets uppbyggnad följer här några definitioner och förklaringar av de lärandeteorier som materialet grundar sig i. Till att börja med definieras *lärande* ur ett *deltagande*-perspektiv. Att utöva matematik är att delta i den *kommunikation* som är specifik för ämnet matematik. Vi kallar det för deltagande i den matematiska *diskursen* (Sfard, 2007). Att lära sig matematik är att bli introducerad för denna diskurs. Lärandet utgör målet med undervisningen.

En *rutin* är ett mönster som uppstår genom repetition av en procedur i en viss situation. Ordet rutin känns igen från vardagen och innebär i stort sett samma sak i det här sammanhanget. Rutinen är en uppgift som ska utföras i kombination med den procedur som används för att utföra uppgiften. En procedur kan bestå av flera delsteg (Lavie et al., 2019).

Exempel:

- ❖ *Du ska hälsa på din kollega (uppgiften). Du tolkar situationen baserat på tidigare erfarenheter och väljer hur du ska genomföra detta. Du vinkar till kollegan, ler och säger hej (proceduren).*
- ❖ *Du ska utföra multiplikationen 4×3 (uppgiften). Du tolkar situationen baserat på tidigare erfarenheter och väljer hur du ska genomföra detta. Du beräknar summan $4 + 4 + 4$ (proceduren).*

Rutinen kan i sin tur vara processorienterad eller målorienterad. En processorienterad rutin kallar vi *ritual*. Elevens fokus vid utförande av en ritual är själva proceduren som används för att lösa uppgiften. En målorienterad rutin sägs vara *utforskande*. Elevens fokus i det här fallet blir att nå ett svar (komma fram till ett resultat). När man lär sig matematik implementeras oftast ritualerna först, och sedan kan en avritualisering (eng. de-ritualization) gradvis ske mot helt och hållet utforskande rutiner. Avritualiseringen sker gradvis och rutiner kan därmed vara ett mellanting av ritual och utforskande (Lavie et al., 2019).

Vidare följer några indikationer som visar på en avritualisering. Målet med undervisningen är att eleverna ska kunna använda rutiner utforskande och därmed kunna delta i den matematiska diskursen. Observera dock att ritualer också är viktiga för elevens lärande och att värdet av dessa inte är försumbart.

OLIKA STEG: ATT GÅ FRÅN RITUAL TILL UTFORSKANDE

Lavie et al. (2019) beskriver sex typer av avritualiseringssteg som observerats vid studier av lärandesituationer, vilka används för att definiera på vilka sätt elever kan gå mot utforskande.

▪ **Flexibilitet (eng. Flexibility)** *En ökande flexibilitet hos en rutin innebär att det finns fler än ett sätt att utföra samma uppgift.*

Eleven tar ett steg mot utforskande när eleven inser att det finns ytterligare procedurer som kan användas för att utföra samma uppgift. Eleven kan då använda flera procedurer för att lösa uppgiften

▪ **Sammankoppling (eng. Bondedness)** *En sammankopplad rutin innebär att resultatet av ett delsteg i proceduren är input till ett senare delsteg. Alla steg i proceduren ska vara sammankopplade.*

Till en början kan eleven utföra några eller alla delsteg men vara omedveten om relationen mellan delstegen. Eleven tar ett steg mot utforskande när denne blir medveten om relationen mellan de olika delstegen, de vill säga att eleven sammankopplar delstegen.

▪ **Tillämplighet (eng. Applicability)** *En tillämpbar rutin är en rutin som är användbar i flera olika typer av uppgifter, i nya sammanhang.*

En ritual har låg tillämplighet eftersom bara väldigt små detaljer får vara ändrade i uppgiften för att proceduren ska kunna användas igen. En målorienterad rutin är mer trolig att kunna användas igen då den fokuserar på resultatet och inte är lika begränsad av att uppgiften ska vara återskapad precis. En avritualisering av rutinerna sker när eleven kan tillämpa en rutin i ett nytt sammanhang, som skiljer sig från tidigare situationer där rutinen varit användbar.

▪ **Elevens agentskap (eng. Performer's agentivity)** *Att ta egna beslut om vilket delsteg som ska utföras och när det ska utföras, i en viss typ av uppgift.*

När eleven utför ritualer har denne inte någon frihet att ta egna beslut. Eleven går mot utforskande när eleven på egen hand kan se hur proceduren till uppgiften ska utföras, utan instruktioner.

▪ **Objektifiering (eng. Objectification)** *Att ersätta konkreta föremål med abstrakta matematiska objekt.*

När ett konkret föremål används för att lösa en uppgift så utförs proceduren på det konkreta föremålet. Eleverna går mot utforskande när de konkreta föremålen ersätts av abstrakta objekt, vilka procedurerna då istället utförs på. Ett exempel är att till en början förklarar en elev att addition utförs med hjälp av att eleven räknar hur många klossar (konkret föremål) det finns sammanlagt, men går till att addition utförs med heltal (abstrakta objekt).

▪ **Underbyggnad (eng. Substantiability)** *Elevens förmåga att kunna förklara och utvärdera sin lösning.*

Motiveringen till lösningen är processororienterad om eleven förklarar lösningen genom att delge stegen i proceduren, vilket tyder på att uppgiften löstes genom ritualer. Eleven går mot utforskande när motiveringen är resultatorienterad. Till exempel kan lösningen till en ekvation motiveras med att varje steg i proceduren är genomfört (processororienterad) eller med att stoppa in svaret i ekvationen och se att den är korrekt (resultatorienterad).

REFERENSER

Lavie, I., Sfard, A., & Steiner, A. (2019). Routines we live by: from ritual to exploration. *Educational Studies in Mathematics* 101, 153-176.
<https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565-613.
<https://doi.org/10.1080/10508400701525253>

Tack till

Flertalet personer har deltagit i utvecklingen av detta material, därför vill vi här säga ett tack till er.

Cecilia Kozma,Handledare

Lisa Österling,Handledare

Personer i KUL-F-projektet

Alla deltagande lärare och lärarstudenter som ställt upp!

