

Lösningar

1. Matriskedjemultiplikation

Minimala antalet multiplikationer som behövs för att räkna ut matrisen $A_i \cdots A_k$ är $M[i, k]$ stycken. Denna matris har dimensionen $r_{i-1} \times r_k$. Minimala antalet multiplikationer som behövs för att räkna ut matrisen $A_{k+1} \cdots A_j$ är $M[k+1, j]$ stycken. Denna matris har dimensionen $r_k \times r_j$. Att multiplicera en $r_{i-1} \times r_k$ -matris med en $r_k \times r_j$ -matris tar $r_{i-1}r_kr_j$ talmultiplikationer.

Rekursionsekvationen för $M[i, j]$ blir därför:

$$M[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{om } i = j \\ \min_{i \leq k < j} (M[i, k] + M[k+1, j] + r_{i-1}r_kr_j) & \text{om } i < j \end{cases}$$

Förra gången utformade vi en beräkningsordning och en algoritm som beräknar M .

2. Robotproblemet

Låt sannolikheten för att R2D2 når rutan (i, j) vara $P[i, j]$.

Basfallet är $P[1, 1] = 1$.

Generella fallet är $P[i, j] = P[i, j - 1] \cdot p_{i,j-1} + P[i - 1, j] \cdot q_{i-1,j}$.

För första raden och första kolumnen i matrisen kommer bara en av termerna i rekursionen att finnas.

Den sökta sannolikheten är $P[n, n]$.

Flera beräkningsordningar är tänkbara, till exempel radvis uppifrån och ner och inom varje rad från vänster till höger. Kolumnvis går också bra.

3. Hållbart fiske

Låt $F[i, j]$ vara maximala antalet fiskar som kan fås vid fiskeplats $1 \dots i$ med användning av dom j första biljetterna för alla $1 \leq i \leq n$ och $0 \leq j \leq k$.

Om det hade krävts att alla k fiskebiljetterna ska användas skulle vi hitta lösningen i $F[n, k]$. Eftersom det är tillåtet att inte använda dom sista fiskebiljetterna så är den maximala lösningen istället $\max_{1 \leq j \leq k} F[n, j]$.

Rekursionen blir

$$F[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{om } j = 0 \\ K_{1,1} & \text{om } i = j = 1 \\ -\infty & \text{om } i = 1, j > 1 \\ \max(F[i-1, j], F[i-1, j-1] + K_{i,j}) & \text{om } i > 1, j > 0 \end{cases}$$