

Några övningsuppgifter på faktorisering av polynom och lösning av polynomekvationer

1. Låt $p(z) = z^3 - z^2 + 2$.

a) Faktorisera p så långt som möjligt i polynom med reella koefficienter.

b) Faktorisera p så långt som möjligt i polynom med komplexa koefficienter.

2. Skapa ett polynom p av grad 4 med reella koefficienter sådant att

$$p(1+i) = p(2-3i) = 0.$$

3. Skapa ett polynom p av grad 8 sådant $p(i) = 0$ och $p(z) \neq 0$ för $z \neq i$. Ange på standardform

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0.$$

4. Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen

$$3z^3 + 10z^2 + 7z - 10 = 0$$

5. Bestäm alla polynom p av grad 5 sådana att $p(1) = p(-1) = p(2i) = p(-2i) = p(0)$.

Svaret ska ges på standardform,

dvs på formen $p(x) = a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$.

6. Konstruera ett polynom g av så lågt gradtal som möjligt och med reella koefficienter, sådant att $z = 0$ är nollställe av multiplicitet 2 och

$$g(i) = g(1+i) = 0$$

Svaret ska ges på standardform,

dvs på formen $g(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$.