

Lappskrivning Laboration 2
Grundläggande numeriska metoder SF1514/18/19
2016-10-05 15.15-16.15.

Namn:

Personnummer:..... Kurskod:

Max antal poäng är 10. Gränsen för godkänt är 6 poäng.
Skriv svaren på detta papper.

1 Icke-linjär ekvation

I denna sektion definieras

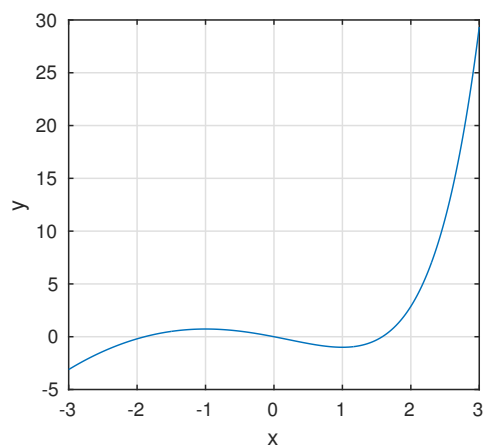
$$f(x) = 2xe^{x-1} - (x^2 + 2x - 1),$$
$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{2(e^{x-1} - 1)}.$$

1. (1p) På vardera rad i tabellen nedan, fyll i den *bokstav* som närmast motsvarar det antal iterationer som krävs för konvergens till $|e_k| < 10^{-6}$ för roten nära $x = -2.5$, där e_k är felet efter k iterationer. Antag att startgissning $x_0 = -2.5$ används för Newtons metod och fixpunktsmetoden $g(x)$, samt startintervall $[-2.5, -2.25]$ för bisektionsmetoden.

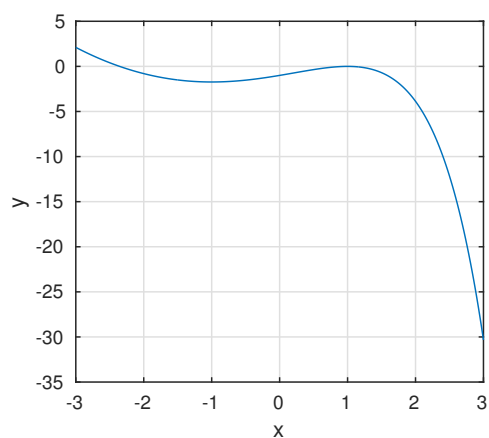
Metod	k
Bisektionsmetoden	
Newtons metod	
Fixpunktsmetoden	

- | | |
|-------|--------------------|
| A. 4 | D. 35 |
| B. 10 | E. 52 |
| C. 17 | F. Konvergerar ej. |

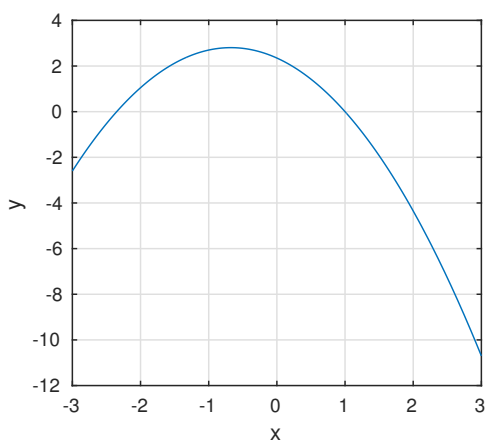
2. (1p) Grafen av $f(x)$ visas i figur



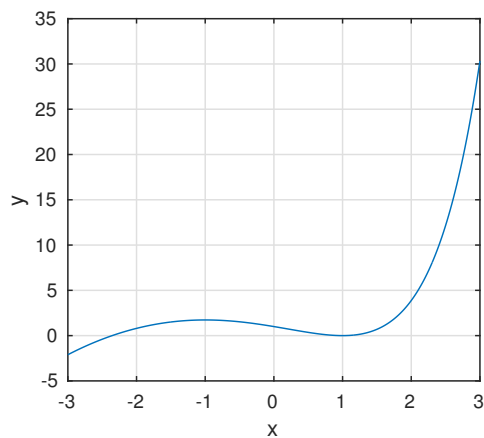
A.



B.



C.



D.

☐ A. ☐ B. ☐ C. ☐ D.

3. (1p) Bisektionsmetoden för $f(x) = 0$ konvergerar *ej* till roten $x = 1$ eftersom:

- ☐ $|g'(x)| > 1$ i punkten $x = 1$.
☐ $|f'(x)| > 1$ i punkten $x = 1$.
☐ $f(x)$ ej byter tecken.
☐ Metoden är illa konditionerad.

4. (1p) De två tabellerna nedan visar $|e_k|/|e_{k-1}|$ och $|e_k|/|e_{k-1}|^2$ för några värden på k , där k är antalet iterationer vid lösning av $f(x) = 0$ med startgissning $x_0 = 1.25$.

(A)			(B)		
k	$ e_k / e_{k-1} $	$ e_k / e_{k-1} ^2$	k	$ e_k / e_{k-1} $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
1	0.039087	0.15635	1	0.53818	2.1527
2	0.0016326	0.16707	2	0.52136	3.875
3	$2.6174 \cdot 10^{-6}$	0.16406	3	0.51139	7.2903

Ange korrekt alternativ:

- ☐ (A) är Newtons metod och konvergerar *kvadratisk* för denna rot. (B) är fixpunktsmetoden och konvergerar *linjärt* för denna rot.
- ☐ (A) är Newtons metod, och den konvergerar *linjärt* för denna rot. (B) är fixpunktsmetoden, och den konvergerar *kvadratisk* för denna rot.
- ☐ (A) är fixpunktsmetoden, och den konvergerar *kvadratisk* för denna rot. (B) är Newtons metod, och den konvergerar *linjärt* för denna rot.
- ☐ (A) är fixpunktsmetoden, och den konvergerar *linjärt* för denna rot. (B) är Newtons metod, och den konvergerar *kvadratisk* för denna rot.

2 Interpolation

I denna sektion är funktionen

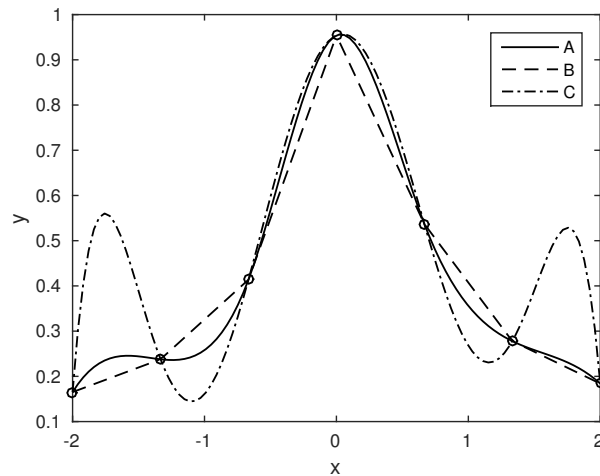
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + 8(x - \frac{1}{9})^2}}$$

given.

5. (1p) Vid interpolation av funktionen $f(x)$ ger polynom av högt gradtal ett stort fel. Varför?

- ☐ Avrundningsfel vid beräkning av polynomet.
- ☐ Vandermondematriken är illa konditionerad.
- ☐ Runges fenomen gör att polynomet oscillerar mycket vid ändpunkterna.
- ☐ Högre ordningens termer har olika tecken vilket ger cancellationsfel.

6. (1p) Figuren visar tre interpolerande funktioner för $f(x)$ i 7 jämnt fördelade punkter på intervallet $[-2, 2]$. Ange korrekt alternativ:



☐ A: **interp1**, B: **spline**, C: polynom av grad 6.

☐ A: polynom av grad 6, B: **spline**, C: **interp1**.

☐ A: **interp1**, B: polynom av grad 6, C: **spline**.

☐ A: **spline**, B: polynom av grad 6, C: **interp1**.

☐ A: polynom av grad 6, B: **interp1**, C: **spline**.

☐ A: **spline**, B: **interp1**, C: polynom av grad 6.

7. (1p) Vid styckvis linjär interpolation kan man vid en fördubbling av antalet interpolationspunkter förvänta sig att felet förändras ungefär med en faktor

☐ 1/2 ☐ 1/4 ☐ 1/8 ☐ 1/16

3 Integration

I denna sektion är integralen

$$I = \int_0^5 e^{\sin x} dx$$

given.

8. (1p) På vardera rad i tabellen nedan, fyll i den *bokstav* som närmast motsvarar raden av absoluta fel som erhålls för vid beräkning av integralen I . I tabellen betecknar $\tilde{I}_n$ det värde som erhålls med n punkter på intervallet $[0, 5]$ för respektive metod.

Metod	$ \tilde{I}_{11} - I $	$ \tilde{I}_{21} - I $	$ \tilde{I}_{41} - I $
Trapetsmetoden			
Simpsons metod			

A: 0.090579, 0.04529, 0.022645
 B: 0.018582, 0.0046431, 0.0011606
 C: 0.0010184, 0.0001273, $1.5913 \cdot 10^{-5}$
 D: $1.8703 \cdot 10^{-5}$, $3.2565 \cdot 10^{-6}$, $2.681 \cdot 10^{-7}$

9. (1p) Koden nedan beräknar integralen I med hjälp av:

```
n = 11;
x = linspace(0,5,n);
h = x(2)-x(1);
f = @(x) exp(sin(x));

I = 0;
for i = 1:n
    I = I+h*f(x(i));
end
I = I-h/2*f(0)-h/2*f(5);
```

- ☐ Mittpunktsmetoden.
☐ Trapetsmetoden.
☐ Simpsons metod.
☐ Booles metod.

10. (1p) Mittpunktsformeln för integralen I ger felserien:

$$\frac{\begin{array}{cccc} |\tilde{I}_{10} - I| & |\tilde{I}_{20} - I| & |\tilde{I}_{40} - I| & |\tilde{I}_{80} - I| \end{array}}{\begin{array}{cccc} 0.009296 & 0.002322 & 0.00058032 & 0.00014507 \end{array}}$$

I tabellen betecknar $\tilde{I}_n$ det värde som erhålls med mittpunktsformeln med n punkter på intervallet $[0, 5]$. Metodens konvergensordning kan skattas till:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4