



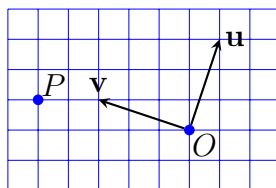
Uppgifter till Seminarium 3

Se kursens canvassida för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Seminariet börjar med ett prov. Uppgiften kommer att handla om att hitta en bas till ett delrum av $\mathbb{R}^n$ och att beräkna en vektors koordinater med avseende på denna bas.

Själva seminariet handlar om att diskutera följande uppgifter.

Uppgift 1. I nedanstående figur illustreras en bas $B = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ för $\mathbb{R}^2$ och en punkt P . Bestäm koordinaterna för P med avseende på basen B .



Uppgift 2. Betrakta matrisen

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Bestäm en bas för nollrummet, $\text{Null}(A)$.
- (b) Bestäm en bas för kolonnrummet, $\text{Col}(A)$.

Uppgift 3. Vi har fyra vektorer i $\mathbb{R}^4$:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Bestäm en bas $\mathcal{B}$ för delrummet W av $\mathbb{R}^4$ som spänns upp av dessa fyra vektorer.
- (b) Är $\vec{e} = [3 \ 0 \ 6 \ 4]^T$ med i W ? I så fall, bestäm koordinatvektorn av $\vec{e}$ med avseende på basen $\mathcal{B}$.
- (c) Utvidga basen $\mathcal{B}$ till en bas $\mathcal{B}'$ av hela $\mathbb{R}^4$.

- (d) Bestäm koordinatvektorn av $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ med avseende på basen $\mathcal{B}'$.

Uppgift 4. Vilka av följande mängder är vektorrum? Bestäm en bas och dimensionen till dem som är vektorrum.

- (a) Alla vektorer $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$ i $\mathbb{R}^4$ sådana att $x + y + z - w = 1$
- (b) Alla polynomfunktioner $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ av grad ≤ 5 (d.v.s. $f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + gx^5$)
- (c) Alla inverterbara 3×3 -matriser
- (d) Alla 3×3 -matriser som uppfyller $A^T = -A$. Här betecknar A^T transponaten av A .

ANNAT

Här är några andra moment som är viktiga och intressanta att diskutera.

- Vad är vektorrummets definition? Vilka exempel finns det förutom $\mathbb{R}^n$?
- Vad menas med linjärt oberoende, linjärt hölje och bas? Vad menas med dimension?