



Uppgifter till Seminarium 2

Se kursens canvassida för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Seminariet börjar med ett prov. Uppgiften kommer att handla om att beräkna avstånd mellan punkter, linjer eller plan.

Själva seminariet handlar om att diskutera följande uppgifter.

Uppgift 1. Punkterna P , Q och R har koordinater

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix},$$

och planet Π ges av ekvationen

$$2x - y + 2z = 3.$$

- (a) Bestäm en parameterform till linjen L som går genom P och Q .
- (b) Går linjen L genom punkten R ?
- (c) Bestäm skärningen mellan Π och L .
- (d) Bestäm en ekvation för planet som är vinkelrät mot L och går genom P .

Uppgift 2. Till varje tal t har vi triangeln T med hörn

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad C = \begin{bmatrix} t \\ t \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) För vilket värde på t har T en rät vinkel vid A ?
- (b) Bestäm arean av T när $t = 3$.
- (c) Bestäm t sådant att punkten C är närmast A .

Uppgift 3. Linjen L_1 går genom punkterna A_1 och B_1 och linjen L_2 genom punkterna A_2 och B_2 , där

$$A_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- Bestäm en parameterform och en ekvation till det plan Π som innehåller L_2 och är parallellt med L_1 .
- Förklara varför det minsta avståndet d mellan linjerna L_1 och L_2 är lika med avståndet mellan planet Π och punkten A_1 och beräkna detta.
- Beräkna bilden P av A_1 under den ortogonala projektionen till planet Π .
- Hitta tal λ och μ sådana att $P = A_2 + \lambda(B_1 - A_1) + \mu(B_2 - A_2)$. Visa att punkterna $C_1 = A_1 - \lambda(B_1 - A_1)$ och $C_2 = A_2 + \mu(B_2 - A_2)$ är punkter på L_1 resp. L_2 och har avstånd d från varandra.

Uppgift 4. Punkterna A, B, C, D ges av

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- Hitta en normalvektor till det plan Π_1 som innehåller origo, A och B , och en normalvektor till det plan Π_2 som innehåller B, C och D .
- Hitta en parameterform till skärningslinjen av Π_1 och Π_2 genom att använda kryssproduktet av normalvektorerna.
- Beräkna volymen på parallelepipederna som spänns upp av $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

ANNAT

Här är några andra moment som är viktiga och intressanta att diskutera.

- Kommentarer till Seminarie 1: Var det något som var oklart med förra seminariet (teori, bedömning)?
- Hur många ekvationer behövs det för att bestämma ett m -dimensionellt delrum av $\mathbb{R}^n$? Hur många fria variabler behövs det i en parameterframställning?
- Vad är sammanhanget mellan projektioner och avståndsbegreppet?
- Vad är den förväntade skärningen av två plan i $\mathbb{R}^3$, i $\mathbb{R}^4$ och i $\mathbb{R}^5$?