



Uppgifter till Seminarium 6

Se kursens canvassida för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Seminariet börjar med ett prov. Uppgiften kommer att handla om att hitta en approximation till en lösning av ett linjärt ekvationssystem med hjälp av minstakvadratmetoden.

Själva seminariet handlar om att diskutera följande uppgifter.

Uppgift 1. Tre vektorer i $\mathbf{R}^5$ ges av

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -4 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Bestäm en ortonormal bas $\mathcal{B}$ till det vektorrum W som spänns upp av $\vec{u}$, $\vec{v}$ och $\vec{w}$.
- (b) Bestäm en ortonormal bas $\mathcal{B}'$ till det ortogonala komplementet $W^\perp$ till W .
- (c) Låt $p: \mathbf{R}^5 \rightarrow \mathbf{R}^5$ vara projektionen på W . Beräkna projektionen $p(\vec{x})$, där $\vec{x} = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]^T$.
- (d) Bestäm matrisen till p med avseende på basen $\mathcal{B} \cup \mathcal{B}'$ av $\mathbf{R}^5$, d.v.s. basen som består av elementena från $\mathcal{B}$ samt dem från $\mathcal{B}'$.

Uppgift 2. En linje $y = kx + m$ ska anpassas till punkterna $(-2, 1)$, $(1, 2)$, $(4, 2)$ och $(7, 6)$.

- (a) Bestäm de värden på konstanterna k och m som ger bäst anpassning i minstakvadratmening.
- (b) Rita ut linjen tillsammans med punkterna i ett koordinatsystem och illustrera vad det är som har minimerats för dessa värden på konstanterna.

Uppgift 3. Den kvadratiska formen Q på $\mathbb{R}^2$ ges av

$$Q(\vec{x}) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2.$$

- (a) Ange den symmetriska matris A som uppfyller $Q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$.

- (b) Avgör om Q är positivt definit, negativt definit, positivt semidefinit, negativt semidefinit eller indefinit.

ANNAT

Här är några andra moment som är viktiga och intressanta att diskutera.

- Vad menas med en ortogonal matris?
- Vad är sammanhanget mellan symmetriska och ortogonala matriser?
- Varför är symmetriska matriser diagonaliserbara?
- Vad är en kvadratisk form och hur klassifierar man dem?
- Vad är syftet med minstakvadratmetoden?
- Vad är sammanhanget mellan minstakvadratmetoden och (ortogonala) projektioner?