

SF 1661 Perspektiv på matematik

Välkomna!

HT 2020

Hans Thunberg
thunberg@math.kth.se

- Perspektiv på matematik
- Kursinformation
- De naturliga talen
- Primtal

Perspektiv på matematik

- Matematikens begrepp
 - Definition – Sats – Bevis.
 - Var kommer de komplexa talen ifrån?
 - Vad menar vi med "*en funktion*"?
- Hur vet vi att det vi gör är sant och riktigt?
 - Varför är $(-1) \cdot (-1) = +1$?
 - Varför kan en n :te-gradsekvation ha högst n st. lösningar?
- Logik och matematiska resonemang
 - Varför och hur **bevisar** man påståenden?
 - Metoder för problemlösning och beräkningar
- Didaktiska perspektiv – hur lär man sig matematik?
- (Historiska perspektiv – hur tänkte man för i tiden?)

Kursen syftar till att fördjupa kunskaperna inom centrala områden av gymnasieskolans matematikkurser, och också till att utveckla förmågan att självständigt och kreativt arbeta med matematik. **I kursen betonas hur förståelse för de matematiska begreppen och matematikens logiska struktur utvecklas hand i hand med förmågan att genomföra beräkningar och lösa problem.**

Kursinnehåll *

Huvudsakligt matematiskt innehåll:

Mängder och operationer på mängder. Talbegreppet. Representation av och aritmetik med naturliga, hela, rationella, reella och komplexa tal. Primittal. Summor. Binomialsatsen. Euklidiskt avstånd, absolutbelopp och cirkelns ekvation. Polynom och deras faktorisering. Funktionsbegreppet och funktioners inverterbarhet. De elementära funktionerna och deras grundläggande egenskaper och samband. Gränsvärden av talföljder och reellvärda funktioner av en reell variabel. Förenklingar och beräkningar. Ekvationer och olikheter.

I kursen behandlas också:

Matematikens begreppsvärld, inklusive begreppen "Definition", "Sats" och "Bevis".

Matematiska resonemang och matematisk kommunikation. Olika typer av bevisföring, inklusive matematisk induktion. Matematisk studieteknik och matematiskt lärande.

Lärandemål *

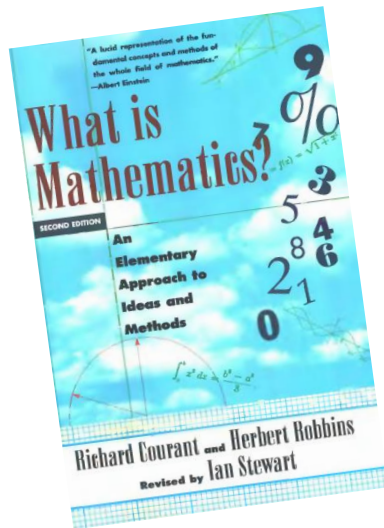
Efter avslutad kurs ska studenten, inom de områden som utgör kursens huvudsakliga matematiska innehåll, kunna

Läsa och tillgodogöra sig matematisk text.

Genomföra och i skrift kommunicera matematiska resonemang av olika karaktär såsom beräkningar, härledningar, slutledningar och bevis.

Formulera och använda metoder, begrepp och satser för att lösa matematiska problem.

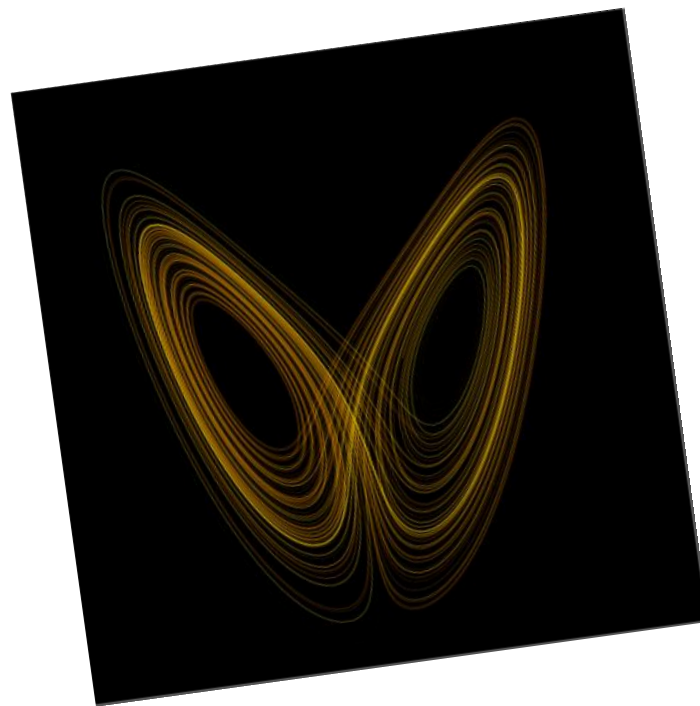
Vad är matematik?



$$\sqrt{\frac{\frac{(x-a)^3 - (x^2 - a^2)}{x^2 - 2ax + a^2} + \frac{a+x}{x-a}}{\frac{(a-x)^4}{x^2 - 2ax + a^2}}}$$

$$1 + 1 \equiv 0 \pmod{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$



Vad är Matematik?

- “**Matematik** är en abstrakt och generell vetenskap om problemlösning och metodutveckling.” (sv Wikipedia)
- “**Mathematics** is the abstract study of topics such as quantity (numbers), structure, space, and change.” (eng Wikipedia 2013)
- “**Mathematics** includes the study of such topics as quantity (number theory), structure (algebra), space (geometry), and change (mathematical analysis). It has no generally accepted definition.” (eng Wikipedia 2020)

Vad är Matematik?

- För varje cirkel gäller att $\frac{O}{d} = \pi$,

där d är cirkelns diameter, O är dess omkrets och $\pi \approx 3.14$ är en konstant densamma för alla cirklar.

- $3762 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 19$

*? Matematiken finns oberoende av människan,
vi **upptäcker** samband och struktur som redan finns ?*

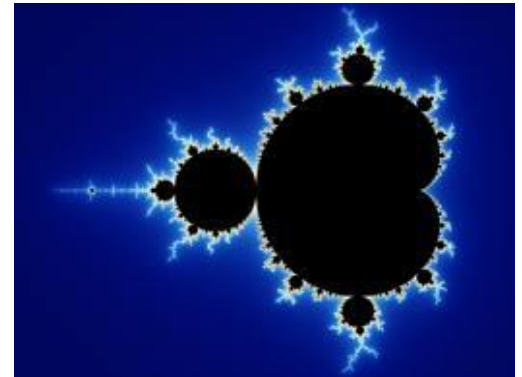
Vad är Matematik?

- $2^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

- Låt M var mängden av alla komplexa tal z sådana

$$z \rightarrow z^2 + z \rightarrow (z^2 + z)^2 + z \rightarrow \dots \nearrow \infty$$

Om vi färgar M svart får vi följande figur i det komplexa talplanet



*? Matematiken är ett mänskligt påfund, vi **skapar** de matematiska begreppen och strukturerna ?*

Matematik är **inte** en naturvetenskap

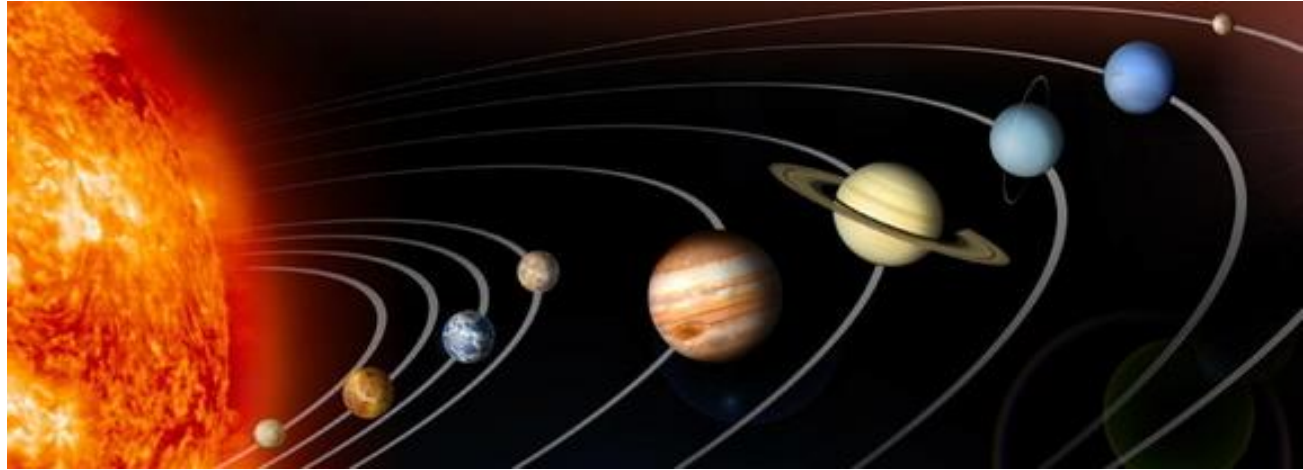
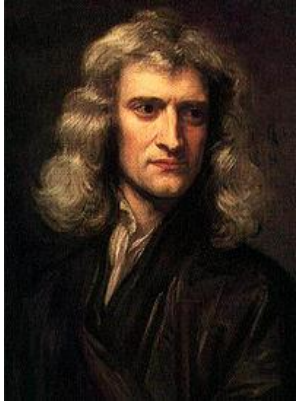
Vad är SANT och var är FALSKT ?

Naturvetenskap: **experiment** på **naturen** avgör

Matematik: mänskliga **tankar** avgör

- bevis, logiska resonemang, beräkningar,
motexempel

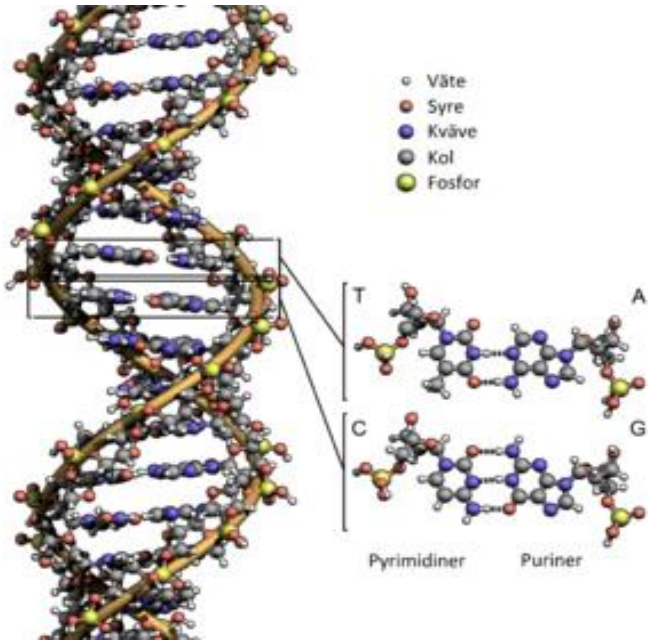
Matematik – andra vetenskapers språk



$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\alpha}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

*“The Unreasonable Effectiveness of
Mathematics in the Natural Sciences”*
(Eugene Wigner)

Matematik - ett universalverktyg för ingenjörer

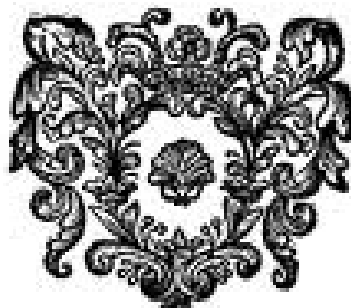


Medborgarmatematik

- $14 - 19 + 8$
- "Vad blir 0,5 gånger 0,5" ?
- Du ska köpa en ny lägenhet för 3 miljoner kronor. Du blir erbjuden rörlig ränta om 2%.
 - Vad blir månadskostnaderna för lånet efter ränteavdrag?
 - Om räntan stiger till 7%?
- Lönar det att köpa till en försäkring på sin nya kaffebryggare?
- Vad menas med att en förändringen är "statistiskt säkerställd" ?

Matematik är ett kulturämne

EUCLIDIS
ELEMENTORUM
LIBRI SEX PRIORES
UNA CUM
UNDECIMO
ET
DUODECIMO.



UPSALLÆ, Typis Viduæ b. Höjeri

Världens mest lästa bok ?

Matematik är ett forskningsämne

Stor internationell forskningsverksamhet
Ett par miljoner publicerade verk
Ca 100 000 nya verk /år

**Institutionen för matematik**

Math in English 

Hem | Utbildning | Forskning | Samverkan | Om KTH | Bibliotek

Sök på KTH:s webbplats

KTH / Institutionen för matematik This page in English

[< KTH](#)

Institutionen för matematik

Institutionen för Matematik

Kontakt och medarbetare >

Om oss

Utbildning >

Samverkan >

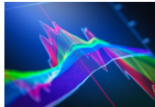
Skolaktiviteter

Kalender >

Institutionen för Matematik

Matematik kan beskrivas som vetenskapen som, med hjälp av logik, undersöker egenskaper och mönster av abstrakta strukturer. Historiskt har matematiken utvecklats i nära samspel med naturvetenskap och teknik. Institutionen består av fyra avdelningar.

[På vår engelskspråkiga hemsida hittar du utförligare information om oss](#)



Matematik

Matematik för Data

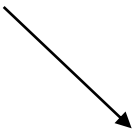
Matematisk statistik

Numerisk analys

Optimeringslära

- Matematik är ett *färdighetsämne*
 - *Vi behöver kunna räkna snabbt och säkert för att inte köra fast*
- Matematik är ett *kunskapsämne*
 - *Formler, exempel och mönster är det vi tänker med*
- Att göra matematik är att tänka logiskt, självständigt och noggrant
 - *med de verktyg vi har lärt oss*

Det ena bygger på det andra


$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}$$


$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{a+b}{a-b}}$$


$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$


Vi tänker, skriver och pratar om matematik i olika 'modes'

- Informellt
 - Intuition, rimlighetsresonemang
- Formellt
 - Logiskt precist. Detaljerat.
- Maskinellt
 - Beräkningar och automatiserat tänkande

Matematik tar tid

- Ha tålamod
 - om det inte är svårt lär man inget nytt!
- Fråga och diskutera
- Låt det ta tid. Häng med i kursen från första dagen.
- Tumregel för arbetsinsats i SF1661:

6 hp $\sim$ 4 v heltid $\sim$ ca 160 h totalt $\sim$ 20 h/vecka (minst!)